

---

# Skúmanie jazdných vlastností koľajového vozidla a vzájomného pôsobenia kontaktu koleso/koľajnica pomocou simulačných výpočtov

---

## **Pavol Šťastniak, Ing., PhD.\***

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,  
Žilinská univerzita v Žiline,  
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.  
E-mail: juraj.gerlici@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2562

## **Juraj Gerlici, prof. Dr. Ing.**

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,  
Žilinská univerzita v Žiline,  
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.  
E-mail: juraj.gerlici@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2550

## **Ján Dižo, doc. Ing., PhD.**

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,  
Žilinská univerzita v Žiline,  
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.  
E-mail: juraj.gerlici@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2560

## **Miroslav Blatnický, doc. Ing., PhD.**

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,  
Žilinská univerzita v Žiline,  
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.  
E-mail: juraj.gerlici@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2659

## **Kateryna Kravchenko, doc. Ing., PhD.**

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,  
Žilinská univerzita v Žiline,  
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.  
E-mail: juraj.gerlici@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2660

## **Railway vehicle ride properties investigation and influencing the wheel/rail contact interaction by means of simulation computations**

**Abstract:** The paper deals with the dynamic analysis and evaluation of the driving characteristics of the selected railway vehicle through computer simulations on virtual and mathematical models. Approaches and methodology from the point of view of creating a virtual model of a railway vehicle as a multi-body system are described in detail., its components and their interrelationships, with the help of which it is possible to obtain the results of a simulated driving of a vehicle with specified parameters of the mechanical system of the vehicle and the track. Practical calculations are performed using the *Simpack* computer program.

**Keywords:** railway vehicle, dynamic analysis, ride properties, computer simulation, *Simpack*.

---

## **ÚVOD**

Problematika kontaktu železničného kolesa a koľajnice často tvorí základ analýzy súvisiacej s pohybom koľajového vozidla po koľaji, bezpečnosťou, rýchlosťou, pohodlím prepravy ľudí a

tovarov. Súvisí s konštrukciou nových koľajových vozidiel, rekonštrukciou starých, schvaľovaním (odmietnutím) vozidiel do prevádzky, ich hodnotením, ale aj hodnotením kvality tratí a ich údržbou, má priamy vplyv na pozíciu koľajovej

dopravy v rámci celého dopravného systému na ekonomiku a ekológiu.

V kontakte železničných kolies a koľajníc pôsobia sily, ktoré majú svojim účinkom v dotykovej ploche vplyv na veľkosť normálového a tangenciálneho napätia, opotrebenie povrchov kolesa a koľajnice, alebo priamo na veľkosť bezpečnosti proti vykoľajeniu.

Na veľkosť síl pôsobiacich v kontakte kolesa a koľajnice pri prechode oblúkom koľaje má významný vplyv postavenie dvojkolesia v koľaji. V prípade radiálneho postavenia dvojkolesia (os dvojkolesia je kolmá na os koľaje) pri minimálnom, v ideálnom prípade nulovom uhle nábehu sa prejavujú vodiace sily tiež minimálnym účinkom. Táto skutočnosť má pozitívny vplyv na hodnotu koeficientu bezpečnosti proti vykoľajeniu aj na vznik a účinok tangenciálnych napätí v priečnom smere ( $y$ ) v kontakte kolesa a koľajnice.

Geometrické charakteristiky dvojkolesia a koľaje pomáhajú špecifikovať geometrickú väzbu dvojkolesia a koľaje. Pomocou nich je možné relatívne rýchlo vyhodnotiť niektoré parametre tejto väzby, ktoré pomáhajú odhadnúť, ako sa vozidlo či presnejšie dvojkolesie môže správať v reálnej prevádzke.

## 1 VÝPOČTOVÝ MODEL VOZIDLA

V nasledujúcom texte je spracovaný postup vytvorenia matematického modelu (pohybových rovníc) koľajového vozidla, ktoré popisujú jeho pohyb v priamej trati a v oblúkoch.

Výpočtový model je charakterizovaný parametrami vozidla, jeho geometrickými a hmotnostnými parametrami, parametrami pružných väzieb, tlmičov. Ďalej sú to parametre kontaktnej väzby dvojkolesia a koľaje a parametre trate.

Postup bol algoritmizovaný a zapísaný do programovacieho jazyka. Predstavuje ucelené softvérové riešenie, pomocou ktorého je možné získať výsledky simulovanej jazdy koľajového vozidla so špecifikovanými parametrami mechanického systému vozidla a trate. Kontaktné elipsy a priebeh normálového napätia sa počíta pomocou *Hertzovej metódy*.

Pre stredný polomer dvojkolesia, strednú hodnotu kontaktného uhla, krivosť trate a uhlovú rýchlosť otáčania dvojkolesia platí:

$$r_0 = \frac{r_l + r_r}{2}, \quad \delta_0 = \frac{\delta_l + \delta_r}{2}, \quad P = \frac{\delta_0 \cdot r_0}{a}, \quad (1)$$

$$C = \pm \frac{1}{R}, \quad \gamma_0 = \pm b \cdot C, \quad \Omega = \frac{v_0}{r_0},$$

kde  $r_0$  [m] je priemerný polomer kolies,

$r_l$  [m] je okamžitý polomer ľavého kolesa,

$r_r$  [m] je okamžitý polomer pravého kolesa,

$\delta_0$  [rad] je stredný uhol dotykových rovín,

$\delta_l$  [rad] je uhol dotykovej roviny ľavého kolesa,

$\delta_r$  [rad] je uhol dotykovej roviny pravého kolesa,

$P$  je pomocná premenná,

$a$  [m] je polovičná vzdialenosť styčných kružníc,

$C$  [ $m^{-1}$ ] je krivosť oblúka koľaje. V prípade, že sa jedná o pravý oblúk, tak platí znamienko „+“, ak sa jedná o ľavý oblúk, platí znamienko „-“,

$R$  [m] je polomer oblúka koľaje,

$\gamma_0$  [rad] je uhol nábehu kolesa v tetivovej polohe podvozka v koľaji. Pre predné dvojkolesie platí znamienko „-“, pre zadné dvojkolesia platí znamienko „+“,

$\Omega$  [ $rad \cdot s^{-1}$ ] je uhlová rýchlosť dvojkolesia,

$v_0$  [ $m \cdot s^{-1}$ ] je rýchlosť vozidla.

Vozidlo nabieha na koľajnicové pásy trate v oblúku pod uhlom nábehu.

Pre vektor pomerných sklzov platí:

$$\begin{bmatrix} s_{i,1} \\ s_{i,2} \\ s_{i,3} \end{bmatrix} = \frac{1}{v_0} \begin{bmatrix} v_0 \cdot \left( 1 - \frac{r_i}{r_0} \pm a \cdot C \right) \pm a \cdot \dot{\gamma} \\ \dot{\gamma} - v_0 \cdot (\gamma_0 + \gamma) - \dot{\alpha} \cdot r_i \\ \dot{\gamma} \pm \Omega \cdot \delta_i + v_0 \cdot C \end{bmatrix}; \quad i = (l, r) \quad (2)$$

kde  $s_{i,1}$  [-] je sklz v dotykovom bode ľavého, alebo pravého kolesa v smere 1 (=  $x$ ), 2 (= v priečnom smere dotykovej roviny) a 3 (smer kolmý na dotykovú rovinu),

$\dot{\gamma}$  [ $rad \cdot s^{-1}$ ] je uhlová rýchlosť nabiehajúceho kolesa prvej nápravy pri rotácii okolo osi  $z$ ,

$\gamma$  [rad] je natočenie dvojkolesia,

$\dot{\alpha}$  [ $rad \cdot s^{-1}$ ] je uhlová rýchlosť dvojkolesia pri rotácii okolo osi  $x$ .

Pre kombinovaný modul pružnosti v šmyku platí:

$$G = \frac{2 \cdot G_W \cdot G_R}{G_W + G_R}, \quad (3)$$

kde  $G$  [Pa] je kombinovaný modul pružnosti v šmyku,

$G_W$  [Pa] je modul pružnosti v šmyku kolesa,

$G_R$  [Pa] je modul pružnosti v šmyku koľajnice.

Pre kontaktné sily v dotykových bodoch platí:

$$f_{11} = (a_e \cdot b_e) \cdot G \cdot C_{11}, \quad f_{22} = (a_e \cdot b_e) \cdot G \cdot C_{22}, \quad (4)$$

$$f_{33} = (a_e \cdot b_e)^2 \cdot G \cdot C_{33}, \quad f_{23} = (a_e \cdot b_e)^3 \cdot G \cdot C_{23},$$

kde  $f_{11}, f_{22}$  majú rozmer sily [N],

$f_{33}$  [ $N \cdot m^2$ ] a  $f_{23}$  [ $N \cdot m$ ] podľa *Kalkerovej metódy* výpočtu,

$a_e, b_e$  [m] sú hlavná a vedľajšia polos kontaktnej elipsy v mieste dotyku kolesa a koľajnice,

$C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{23}$  sú *Kalkerove* koeficienty [2].

Pre tangenciálne sily a momenty v dotykových bodoch platí:

$$\begin{bmatrix} f_{ti,1} \\ f_{ti,2} \\ l_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & f_{23} \\ 0 & -f_{23} & f_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_{i,1} \\ s_{i,2} \\ s_{i,3} \end{bmatrix}; \quad i = (l, r) \quad (5)$$

kde  $f_{ti,1}$  [N] je tangenciálna sila v dotykovom bode ľavého, alebo pravého kolesa, v (pozdĺžnom) smere osi 1 dotykovvej roviny,

$f_{ti,2}$  [N] je tangenciálna sila v dotykovom bode ľavého, alebo pravého kolesa, v (pričnom) smere osi 2 dotykovvej roviny,

$l_i$  [N.m] je spinový moment ľavého alebo pravého kolesa okolo osi 3 kolmej na dotykovú rovinu kolesa a koľajnice.

Pre normálové sily platí:

$$f_{nl} = \frac{1}{2 \cdot a} \cdot I_2 \cdot \dot{\gamma} \cdot \Omega - \frac{1}{2 \cdot a} \cdot (r_l \cdot f_{tl,2} + r_r \cdot f_{tr,2}) + \frac{1}{2} \cdot (Q_l + Q_r), \quad (6)$$

kde  $f_{nl}$  [N] je normálová sila v kontaktnom bode ľavého kolesa,

$I_2$  [kg·m<sup>2</sup>] je moment zotrvačnosti dvojkoľesia pri otáčaní okolo osi rotácie,

$Q_l$  [N] je koľesová sila na ľavom kolese,

$Q_r$  [N] je koľesová sila na pravom kolese,

$$f_{nr} = -\frac{1}{2 \cdot a} \cdot I_2 \cdot \dot{\gamma} \cdot \Omega + \frac{1}{2 \cdot a} \cdot (r_l \cdot f_{tl,2} + r_r \cdot f_{tr,2}) + \frac{1}{2} \cdot (Q_l + Q_r), \quad (7)$$

kde  $f_{nr}$  [N] je normálová sila v kontaktnom bode pravého kolesa.

Pre ľavú koľesovú silu platí:

$$Q_l = \frac{m \cdot g \cdot (y_r - y) + F_{zpl} \cdot (y_r - y + a_p) + F_{zpr} \cdot (y_r - y - a_p)}{y_l + y_r} \quad (8)$$

kde  $Q_l$  [N] je koľesová sila na ľavom kolese,

$y_r$  [m] je súradnica dotykového bodu pravého kolesa a koľajnice,

$y$  [m] je prične posunutie dvojkoľesia,

$F_{zpl}$  [N] je sila v mieste ložiskovej skrine (primárneho vypruženia) ľavého kolesa,

$F_{zpr}$  [N] je sila v mieste ložiskovej skrine (primárneho vypruženia) pravého kolesa,

$a_p$  [m] je polovičná vzdialenosť ložiskových skriň (primárneho vypruženia na jednom dvojkoľesí),

$$Q_r = \frac{m \cdot g \cdot (y_l + y) + F_{zpl} \cdot (y_l + y - a_p) + F_{zpr} \cdot (y_l + y + a_p)}{y_l + y_r}, \quad (9)$$

kde  $Q_r$  [N] je koľesová sila na pravom kolese,

$y_l$  [m] je súradnica dotykového bodu ľavého kolesa a koľajnice.

## 1.1 Pohybové rovnice dvojkoľesia

Pohybová rovnica dvojkoľesia v smere osi  $x$ :

$$m \cdot \ddot{x} = -(f_{tl,1} + f_{tr,1}) + \gamma \cdot (f_{tl,2} + f_{tr,2}). \quad (10)$$

Pohybová rovnica dvojkoľesia v smere osi  $y$ :

$$m \cdot \ddot{y} = -\gamma \cdot (f_{tl,1} + f_{tr,1}) - (f_{tl,2} + f_{tr,2}) + (\alpha + \delta_l) \cdot f_{nl} + (\alpha - \delta_r) \cdot f_{nr}. \quad (11)$$

Pohybová rovnica dvojkoľesia pre rotáciu okolo osi  $z$ :

$$I_1 \cdot \ddot{\gamma} - I_2 \cdot \dot{\alpha} \cdot \Omega = -a \cdot (f_{tl,1} - f_{tr,1}) - (l_l + l_r), \quad (12)$$

kde  $I_l$  je kvadratický moment zotrvačnosti dvojkoľesia pre rotáciu okolo osi  $x$  alebo osi  $z$ .

Posunutie dvojkoľesia v smere osi  $z$  je funkciou posunutia dvojkoľesia v smere osi  $x$  a  $y$ , a  $z$ -tových súradníc dotykových bodoch ľavého a pravého kolesa dvojkoľesia:

$$z = f(x, y, z_l, z_r). \quad (13)$$

Uhlovú rýchlosť otáčania sa dvojkoľesia  $\beta$  môžeme vyjadriť nasledujúcou rovnicou:

$$\dot{\beta} = -\frac{v_0}{r_0}. \quad (14)$$

Po dosadení do pohybových rovníc (10), (11) a (12) dostaneme vyjadrenia (15), (16) a (17):

$$m \cdot \ddot{x} = -f_{11} \cdot \left(2 - \frac{r_l + r_r}{r_0}\right) + 2 \cdot \frac{f_{11}}{v_0} a \cdot \dot{\gamma} + \frac{f_{23}}{v_0} \cdot [\Omega \cdot (\delta_l - \delta_r) + 2 \cdot v_0 \cdot C] \cdot \gamma, \quad (15)$$

$$m \cdot \ddot{y} + 2 \cdot \frac{f_{22}}{v_0} \cdot \left[\dot{y} - v_0 \cdot (\gamma_0 + \gamma) - \dot{\alpha} \cdot \frac{r_l + r_r}{2}\right] + 2 \cdot \frac{f_{23}}{v_0} \cdot \left[\dot{\gamma} + \Omega \cdot \frac{\delta_l - \delta_r}{2} + v_0 \cdot C\right] + 2 \cdot \gamma \cdot f_{11} \cdot \left(1 - \frac{r_l + r_r}{2 \cdot r_0}\right) - (Q_l + Q_r) \cdot \left(\alpha + \frac{\delta_l - \delta_r}{2}\right) - \frac{\delta_l + \delta_r}{2 \cdot a} \cdot I_2 \cdot \dot{\gamma} \cdot \Omega + \left. \begin{aligned} &+ \frac{\delta_l + \delta_r}{2 \cdot a} \cdot \left\{ \frac{f_{22}}{v_0} \cdot (r_l + r_r) \cdot [\dot{y} - v_0 \cdot (\gamma_0 + \gamma)] - \frac{f_{22}}{v_0} \cdot (r_l^2 + r_r^2) \cdot \dot{\alpha} \right. \\ &\left. + \frac{f_{23}}{v_0} \cdot (r_l + r_r) \cdot \gamma + \frac{f_{23}}{v_0} \cdot (r_l \cdot \delta_l - r_r \cdot \delta_r) \cdot \Omega + f_{23} \cdot (r_l + r_r) \cdot C \right\} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$I_1 \cdot \ddot{\gamma} - I_2 \cdot \dot{\alpha} - 2 \cdot \frac{f_{23}}{v_0} \cdot \left[\dot{y} - v_0 \cdot (\gamma_0 + \gamma) - \dot{\alpha} \cdot \frac{r_l + r_r}{2}\right] + 2 \cdot \frac{f_{23}}{v_0} \cdot \left[\dot{\gamma} + \Omega \cdot \frac{\delta_l - \delta_r}{2} + v_0 \cdot C\right] + 2 \cdot a \cdot \frac{f_{11}}{v_0} \cdot \left(-\frac{v_0}{r_0} \cdot \frac{r_l - r_r}{2} + a \cdot (v_0 \cdot C + \dot{\gamma})\right) = 0 \quad (17)$$

Pre uhol  $\alpha$  ktorý vyjadruje natočenie dvojkolesia okolo osi  $x$  a uhlovú rýchlosť  $\dot{\alpha}$  platia nasledujúce vzťahy:

$$\alpha \approx -\frac{\delta_0}{a} \cdot y, \quad \dot{\alpha} \approx -\frac{\delta_0}{a} \cdot \dot{y}. \quad (18)$$

Polovičnú hodnotu rozdielu okamžitých polomerov kolies vyjadríme ako súčin stredného uhla dotykových rovín a záporného priečného posunutia dvojkolesia v koľaji:

$$\frac{1}{2}(r_l - r_r) \approx -\delta_0 \cdot y. \quad (19)$$

Po dosadení vzťahov (18), (19) do rovníc (15), (16), (17) dostaneme pohybové rovnice v nasledujúcom tvare (20), (21), (22):

Pre posuvný pohyb dvojkolesia v smere osi  $x$ :

$$m \cdot \ddot{x} - 2 \cdot \frac{f_{11}}{v_0} a \cdot \dot{y} - f_{23} \cdot \left[ \frac{(\delta_l - \delta_r)}{r_0} + 2 \cdot C \right] \cdot \gamma = 0. \quad (20)$$

Pre posuvný pohyb dvojkolesia v smere osi  $y$ :

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot{y} + 2 \cdot \frac{f_{22}}{v_0} \cdot \left[ \dot{y} \cdot \left( 1 + \frac{\delta_0 \cdot r_0}{a} \right) - v_0 \cdot (\gamma_0 + \gamma) \right] + \\ + 2 \cdot \frac{f_{23}}{v_0} \cdot \dot{\gamma} + f_{23} \cdot \left( \frac{\delta_l - \delta_r}{r_0} + 2 \cdot C \right) + \\ + (Q_l + Q_r) \cdot \left( \frac{\delta_0}{a} \cdot y - \frac{\delta_l - \delta_r}{2} \right) - I_2 \cdot \frac{\delta_0 \cdot v_0}{a \cdot r_0} \cdot \dot{\gamma} + \\ + \frac{\delta_0}{a} \cdot \left\{ \begin{aligned} & \frac{f_{22}}{v_0} \cdot 2 \cdot r_0 \cdot [\dot{y} - v_0 \cdot (\gamma_0 + \gamma)] + \frac{f_{22}}{v_0} \cdot (r_l^2 + r_r^2) \cdot \frac{\delta_0}{a} \cdot \dot{y} \\ & + \frac{f_{23}}{v_0} \cdot 2 \cdot r_0 \cdot \dot{\gamma} + f_{23} \cdot \left( \frac{r_l \cdot \delta_l - r_r \cdot \delta_r}{r_0} + 2 \cdot r_0 \cdot C \right) \end{aligned} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Pre rotačný pohyb dvojkolesia okolo osi  $z$ :

$$\begin{aligned} I_1 \cdot \ddot{\gamma} + I_2 \cdot \frac{\delta_0 \cdot v_0}{a \cdot r_0} \dot{\gamma} - 2 \cdot \frac{f_{23}}{v_0} \cdot \left[ \dot{y} \cdot \left( 1 + \frac{\delta_0 \cdot r_0}{a} \right) - v_0 \cdot (\gamma_0 + \gamma) \right] + \\ + 2 \cdot \frac{f_{33}}{v_0} \cdot \dot{\gamma} + f_{33} \cdot \left( \frac{\delta_l - \delta_r}{r_0} + 2 \cdot C \right) + \\ + 2 \cdot a \cdot \frac{f_{11}}{v_0} \cdot \left( \frac{\delta_0 \cdot v_0}{r_0} \cdot y + a \cdot \dot{\gamma} \right) + 2 \cdot a^2 \cdot f_{11} \cdot C = 0. \quad (22) \end{aligned}$$

Okrem síl pôsobiacich na dvojkolesie, pôsobí pri prechode vozidla oblúkom v dôsledku účinkov gravitačného a dostredivého zrýchlenia na každé teleso sila (23):

$$\begin{aligned} F_{y_i} = m_i \cdot (-g \cdot \sin \alpha_R + v_0^2 \cdot C \cdot \cos \alpha_R), \\ F_{z_i} = m_i \cdot (g \cdot \cos \alpha_R + v_0^2 \cdot C \cdot \sin \alpha_R). \end{aligned} \quad (23)$$

kde  $U$  [m] je prevýšenie vonkajšieho koľajnicového pásu na trati v oblúku,

$2 \cdot a$  [m] je vzdialenosť styčných kružníc.

## 1.2 Pohybové rovnice vozidla

V nasledujúcom predpokladáme, že model vozidla je zložený výhradne z tuhých telies spojených pružnými väzbami. Tuhé telesá charakterizujeme maticou hmotnosti a pružné väzby maticou tuhosti a tlmenia.

Pohybovú rovnicu vozidla v maticovom tvare môžeme vyjadriť:

$$[M] \cdot \{\ddot{q}\} + [B] \cdot \{\dot{q}\} + [K] \cdot \{q\} = \{f\}, \quad (24)$$

kde  $[M]$  je matica hmotnosti,

$[B]$  je matica tlmenia,

$[K]$  je matica tuhosti,

$\{\ddot{q}\}$  je vektor zrýchlení,

$\{\dot{q}\}$  je vektor rýchlostí,

$\{q\}$  je vektor posunutí,

$\{f\}$  je vektor vonkajších zaťažení.

Pre výpočet metódou *Runge-Kutta* si vyjadríme vektor  $\{y\}$  a  $\{\dot{y}\}$  v tvare:

$$\begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1} \cdot [B] & -[M]^{-1} \cdot [K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [M]^{-1} \cdot \{f\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (25)$$

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}\} \\ \{q\} \end{Bmatrix}, \quad \{\dot{y}\} = \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\dot{q}\} \end{Bmatrix}, \quad \{N\} = \begin{Bmatrix} [M]^{-1} \cdot \{f\} \\ \{0\} \end{Bmatrix},$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1} \cdot [B] & -[M]^{-1} \cdot [K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\{\dot{y}\} = [A] \cdot \{y\} + \{N\} \quad (27)$$

$$\{\dot{y}\} = f(t, \{y\}, \{N\}) \quad (28)$$

Pre získanie výsledkov sme v tomto prípade použili metódu *Runge-Kutta* 4. stupňa.

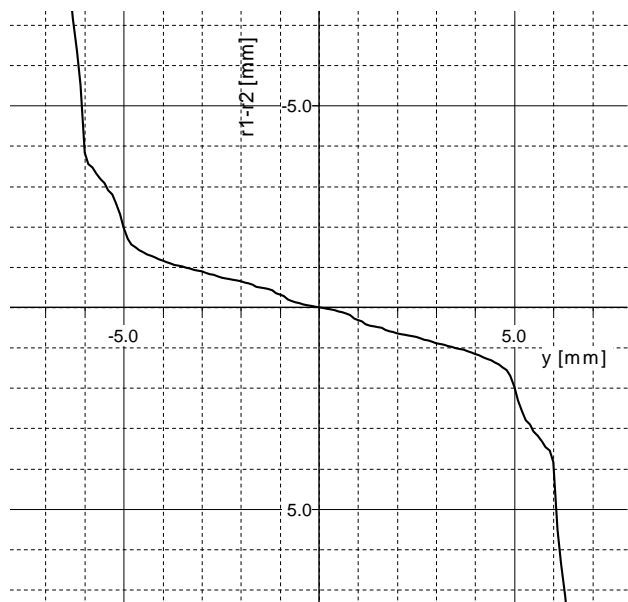
## 1.3 Geometrické charakteristiky dvojkolesia a koľaje

Geometrické charakteristiky dvojkolesia a koľaje pomáhajú predikovať pohyb dvojkolesia v koľaji. Zároveň zobrazujú charakteristiky vzájomného vzťahu geometrie jazdného profilu kolesa a profilu hlavy koľajnice, ktoré sú dôležitým vstupným parametrom pre budenie mechanického systému vozidla v dôsledku odval'ovania sa kolies dvojkolesí po koľajniciach železničnej koľaje. Obidve funkcie priamo vstupujú do výpočtu.

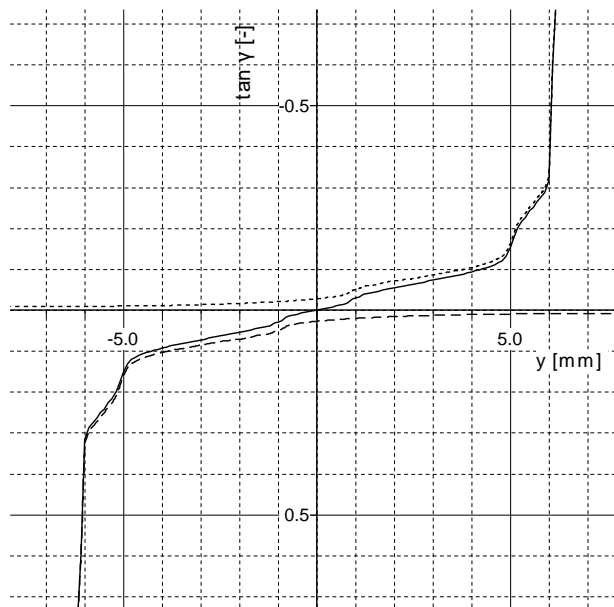
Zo všetkých geometrických charakteristík tu uvádzame len *Delta R* funkciu a funkciu tangens gama. Z obr. 1 a obr. 2 vidieť, že ku najvýznamnejšej zmene priebehu dochádza pri dosiahnutí priečného posunutia profilu kolesa o cca 5 mm po profile hlavy koľajnice. V tomto mieste je vyčerpaný kanál rozchodu koľaje a koleso svojím okolesníkom šplhá na bok hlavy koľajnice. Na *funkcii tangens gama* sa táto oblasť tiež vyznačuje prudkou zmenou priebehu.

Modelová trať pozostáva z na seba nadväzujúcich úsekov priamej trate, prechodníc, vzostupníc a trate v oblúkoch.

Geometria trate (obr. 3) v horizontálnej rovine je znázornená v grafe hrubšou čiarou, prináleží jej popis vertikálnej osi na ľavej strane. Z toho vyplýva, že trať tvoria oblúky s polomerom  $R = 293$  metrov (ľavé aj pravé). V spodnej polovici grafu sú zobrazené prevýšenia vonkajšieho koľajnicového pásu 0,144 m.



Obr. 1. Zobrazenie závislosti priebehu *Delta R* funkcie na priečnom posunutí profilu kolesa po profile koľajnice

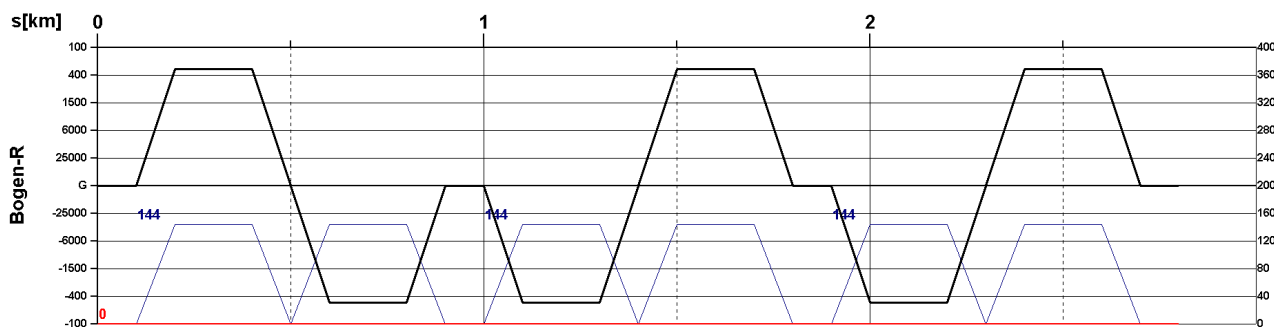


Obr. 2. Zobrazenie závislosti priebehu funkcie *tangens gamma* na priečnom posunutí profilu kolesa po profile koľajnice

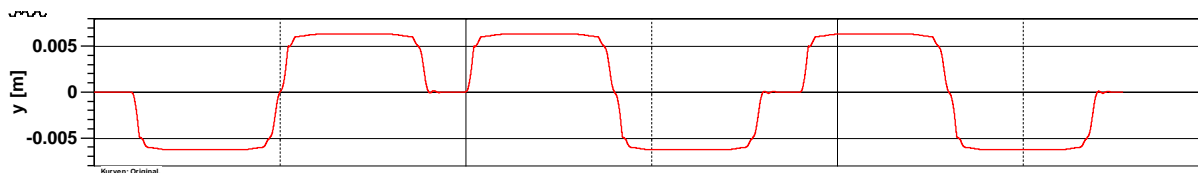
Vertikálna os, ktorá prináleží k tomuto grafu je na pravej strane. Vo výpočte boli použité prechodnice a vzostupnice typu *Bloss*.

## 2 VÝSLEDKY SIMULAČNÝCH ANALÝZ

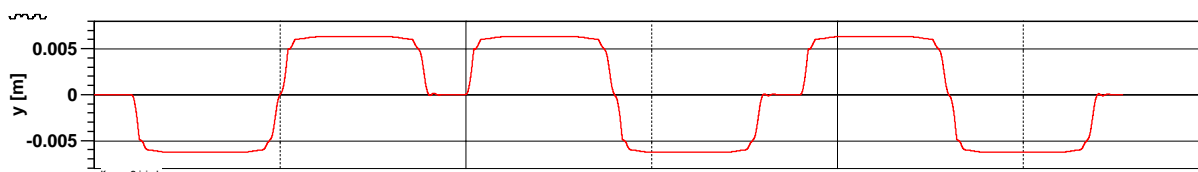
V nasledujúcich grafoch je možné vidieť priebeh posunutia dvojkolesia v priečnom smere ( $y$ ), vodiacich síl ( $Y$ ), kolesových síl ( $Q$ ), suma vodiacich síl ( $SY$ ). Zároveň sú vyhodnotené a graficky zobrazené sily v dotykovovej rovine kolesa a koľajnice:



Obr. 3. Špecifikácia trate



Obr. 4. Posunutie dvojkolesia v smere osi  $y$



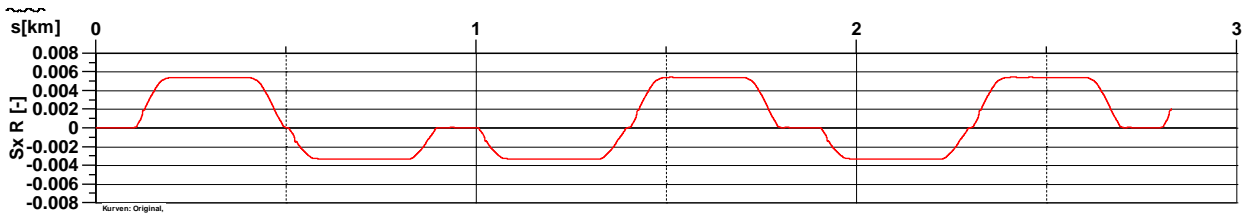
Obr. 5. Otočenie dvojkolesia okolo osi  $z$

normálová ( $N$ ), ( $T$ ) a sklzy ( $S$ ) v jednotlivých smeroch.

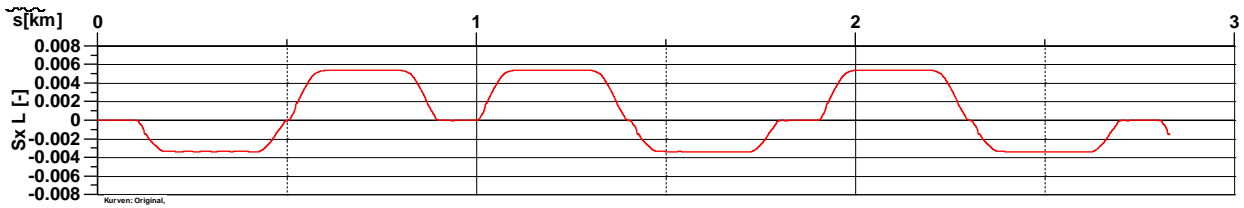
V grafoch sú vynesené výsledky z výpočtov, v ktorom sú implementované algoritmizované pohybové rovnice a dopĺňujúce vzťahy uvedené v tomto článku.

## 2.1 Posunutie a natočenie dvojkolesia

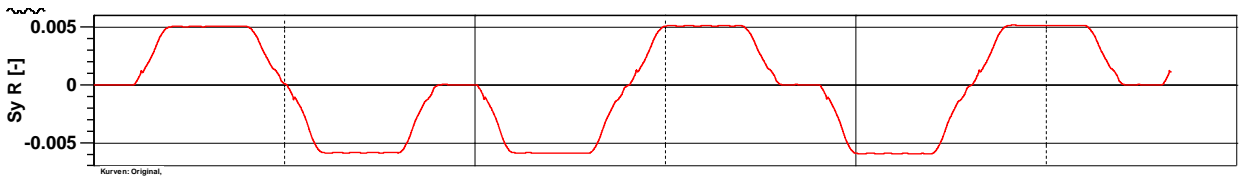
Natočenie dvojkolesia okolo osi  $z$  (obr. 5) môžeme považovať za veľmi podobné. Malé odchýlky sa objavujú pri prechodoch z jedného oblúka do druhého.



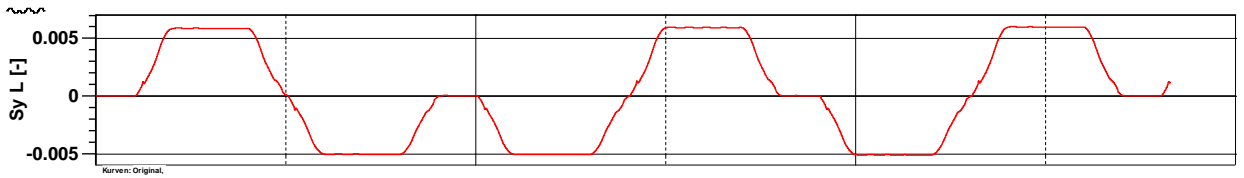
Obr. 6. Sklz v smere  $x$  na pravom kolese prvého dvojkolesia



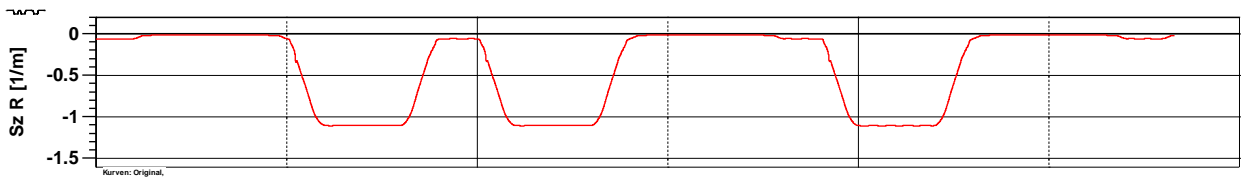
Obr. 7. Sklz v smere  $x$  na ľavom kolese prvého dvojkolesia



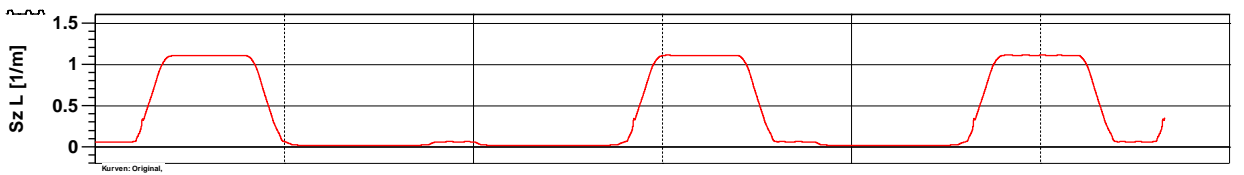
Obr. 8. Sklz v smere  $y$  na pravom kolese prvého dvojkolesia



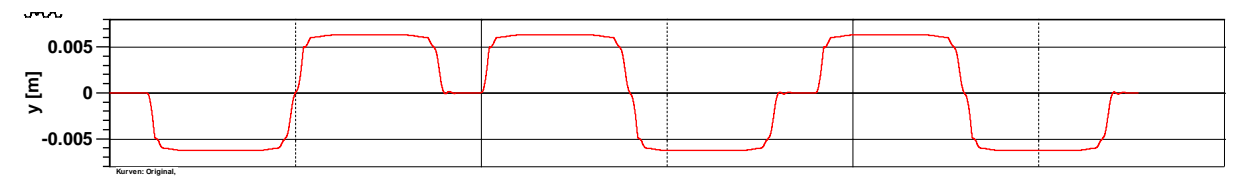
Obr. 9. Sklz v smere  $y$  na ľavom kolese prvého dvojkolesia



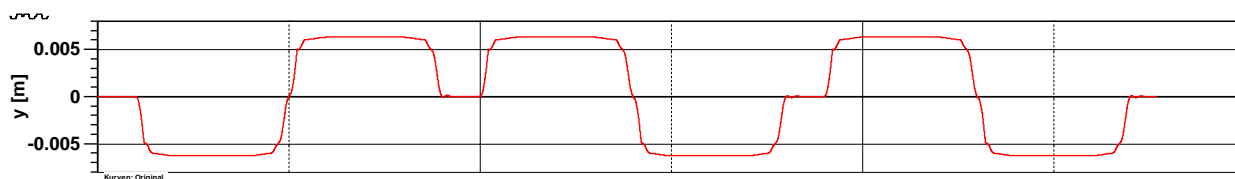
Obr. 10. Spinový sklz na pravom kolese



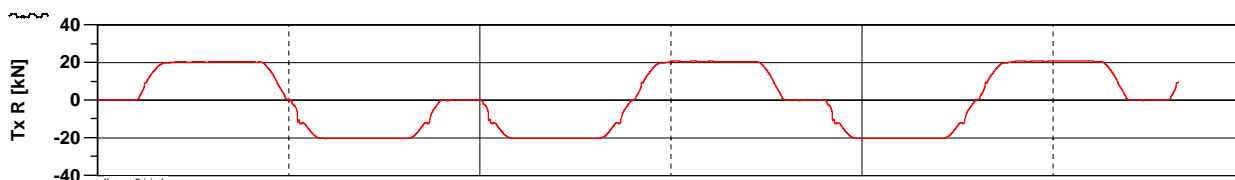
Obr. 11. Spinový sklz na ľavom kolese



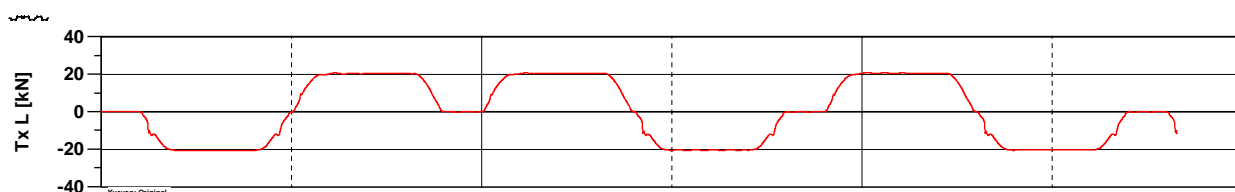
Obr. 12. Normálová sila na pravom kolese prvého dvojkolesia



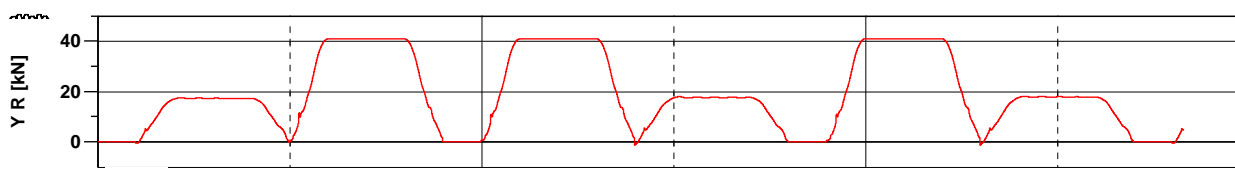
Obr. 13. Normálová sila na ľavom kolese prvého dvojkoľesia



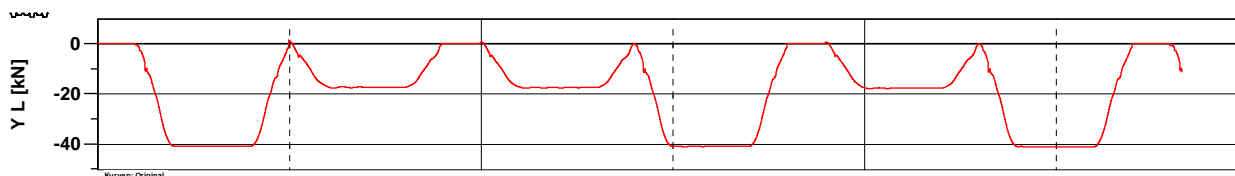
Obr. 14. Tangenciálna sila v smere x na pravom kolese prvého dvojkoľesia



Obr. 15. Tangenciálna sila v smere x na ľavom kolese prvého dvojkoľesia



Obr. 16. Vodiaca sila na pravom kolese prvého dvojkoľesia



Obr. 17. Vodiaca sila na ľavom kolese prvého dvojkoľesia

## 2.2 Sklzy

V obr. 6 až obr. 11 sú vynesené priebehy sklzov v kontakte pravého a ľavého kolesa s koľajnicami.

Sklzové parametre sú dôležité pri výpočte tangenciálnych síl, takže „výkmity“ pri prechode priebehu kriviek ktoré sú vidieť na sklzoch v smere x pravého (obr. 6) a ľavého kolesa (obr. 7) a prejavili aj pri výpočte tangenciálnych síl na obr. 14. a obr. 15.

Priebeh spinových sklzov na obidvoch kolesách je tiež podobný. Maximálny rozdiel v ustálených polohách pri prechode oblúkom je cca 0,1.

## 2.3 Normálové sily

Normálové sily (obr. 12 a obr. 13) predstavujú výsledky silového pôsobenia v smere normály na dotykovú rovinu kolesa a koľajnice v kontaktnom bode.

## 2.4 Tangenciálne sily

Pri vyhodnotení tangenciálnych síl sa objavili rozdiely v miestach prechodov vozidla z jednej geometrie trate (priama, prechodnica, oblúk) do inej geometrie trate (obr. 14 a obr. 15). Priebeh tangenciálnej sily v pozdĺžnom smere  $x$  má prudší sklon prechodov a do ustáleného rovnobežného priebehu pri jazde v priamej trati alebo oblúku sa dostáva cez „výkmit“, v ktorom sú evidované krátkodobovo vyššie hodnoty síl. „Výkmity“ pri priebehoch síl vyplývajú z „výkmitov“ priebehov sklzov. Tangenciálne sily v smere osi  $y$  sú pribehom podobné.

## 2.5 Vodiace sily

Priebeh vodiacich síl je dôležitým parametrom výsledkov. Svedčí nielen o tom, aké je priečne silové pôsobenie kolesa na koľajnicu, ale v tomto prípade

dáva obraz aj o výsledku spracovania kontaktných parametrov dvojkolesia a koľaje, kontaktných plôch a napätí a predpokladoch silového pôsobenia medzi vozidlom a traťou. V skúmanom prípade dosahujú vhodné priebehy.

## ZÁVER

Blízky priebeh jednotlivých síl verifikuje navrhnuté matematické vyjadrenia skúmaného pohybového stavu vozidla na základe získaných výsledkov.

Na obrázkoch s grafickým zobrazením priebehov posunutia dvojkolesia v priečnom smere ( $y$ ), natočenia dvojkolesia, sklzov ( $S$ ), síl v dotykovej rovine kolesa a koľajnice: normálových ( $N$ ), tangenciálnych ( $T$ ), vodiacich síl ( $Y$ ), sumy vodiacich síl ( $SY$ ), kolesových síl ( $Q$ ) vidieť veľmi dobrú zhodu.

V ďalšom období nám to umožní vyšetrovať pružné väzby a tlmiče s charakteristikami, ktoré program *SIMPACK* priamo neumožňuje a tiež použiť iné kontaktné teórie styku kolesa s koľajnicou.

## Pod'akovanie

„Táto publikácia vznikla vďaka podpore v rámci Operačného programu Integrovaná infraštruktúra pre projekt: *Koncepcia, bezpečnosť a súvisiaci priemyselný výskum náhrady dieselového pohonu za pohon s vodíkovým palivovým článkom v diesel motorových jednotkách radu 861 (kód projektu v ITMS2014+: 313011BVC2), spolufinancovaný zo zdrojov Európskeho fondu regionálneho rozvoja.*“

## LITERATÚRA

[1] POPP, K. - SCHIEHLEN, W. (2010): *Ground vehicle dynamics*. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, s. 357, ISBN 978-3-540-24038-9.

[2] KALKER, J. J. (1990): *Three-dimensional elastic bodies in rolling contact*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, Netherlands, s. 314, ISBN 0-7923-0712-7.

[3] DUKKIPATI, R. V. - AMYOT, J. R. (1988): *Computer-aided Simulation in Railway Dynamics*. Marcel Dekker, New York, USA, s. 423, ISBN 0-8247-7787-5.

[4] IWNIICKI, S. (2006): *Handbook of Railway Vehicles Dynamics*. Boca Raton: CRC Press, Taylor&Francis Group, ISBN-13: 978-0-8493-3321-7.

[5] GERLICI, J. - LACK T. (2004) *Kontakt železničného dvojkolesia a koľaje*. Žilinská univerzita v Žiline, EDIS, ISBN 80-8070-317-5.

[6] DIŽO, J. - BLATNICKÝ, M. (2017): *Analýza dynamickej odozvy jazdy podvozka koľajového vozidla s poddajným členom*. In: *Železničná doprava a logistika: vedecko-odborný časopis o železničnej doprave a preprave, logistike a manažmente*, Vol. 13, No. 1, s. 17-20, ISSN 1336-7943.

[7] DIŽO, J. - BLATNICKÝ, M. (2020): *Tvorba MBS modelu koľajového vozidla v komerčnom výpočtovom programme*. In: 46. Medzinárodná vedecká konferencia katedier dopravných, manipulačných, stavebných a poľnohospodárskych strojov, 1. vyd., Žilina: Vedeckotechnická spoločnosť pri Žilinskej univerzite, s. 6-11, ISBN 978-80-89276-60-8.

[8] DIŽO, J. - BLATNICKÝ, M. (2017): *Assessment of dynamic properties of a carriage using multibody simulation considering rigid and flexible track*. In: IRMES 2019, 9th international scientific conference: research and development of mechanical elements and systems: book of abstracts, Kragujevac: Univerzitetu u Kragujevcu, s. 214-215, ISBN 978-86-6335-061-8.

[9] DIŽO, J. - BLATNICKÝ, M. - PAVLÍK, A. (2018): *Analysis of dynamic impacts of a rail vehicle running with a damaged wheel*. In: *Dynamical problems in rail vehicles 2018: proceedings of the workshop*, Žilina: Žilinská univerzita v Žiline, s. 14-19, ISBN 978-80-554-1458-4.