



26. MEDZINÁRODNÁ KONFERENCIA  
„SÚČASNÉ PROBLÉMY V KOLĎAJOVÝCH  
VOZIDLÁCH - PRORAIL 2023“  
20. – 22. septembra 2023, Žilina, Slovensko

<https://doi.org/10.26552/spkv.Z.2023.1.10>

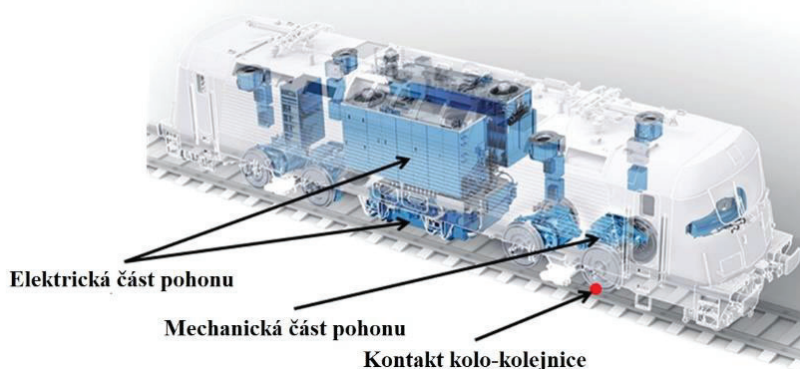
## ANALÝZA CITLIVOSTI BUZENÍ REZONANCE V TORZNÍ SOUSTAVĚ ZÁVISLÉ NA FREKVENCII BUZENÍ A RYCHLOSTI PRŮJEZDU REZONANCÍ

### AN ANALYSIS OF A RESONANCE EXCITATION SENSITIVITY IN A TORSION SYSTEM DEPENDING ON AN EXCITATION FREQUENCY AND ON A RESONANCE PASSAGE SPEED

Vojtěch DYBALA<sup>\*)</sup>

#### 1 ÚVOD

V rámci výzkumných činností zaměřených na zkoumání přechodových jevů v trakčních pohonech vysoce výkonných kolejových vozidel (lokomotiv), viz **obr. 1**, byly stanoveny cíle a předpoklady pro různé specifické zaměření prací.



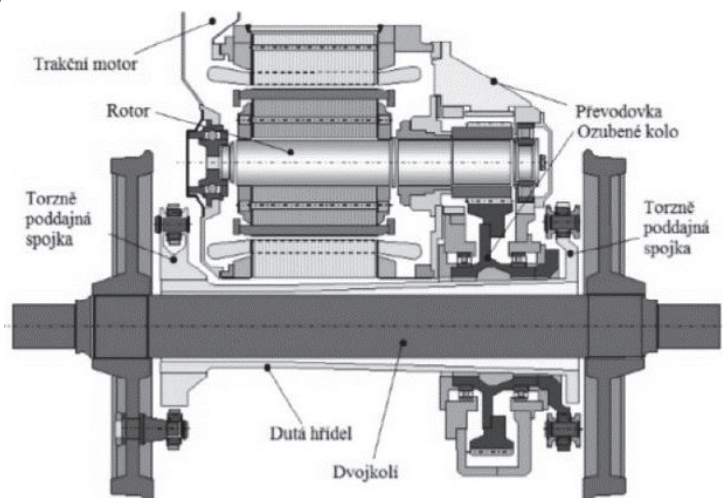
**Obr. 1** Uspořádání trakční výzbroje elektrické lokomotivy [1]

**Fig. 1** A layout of a traction equipment of an electric locomotive [1]

Tento příspěvek navazuje na výzkum projevů nebezpečných torzních oscilací ve zcela odpružených pohonech lokomotiv, např. **obr. 2**. Výzkum je v konečném důsledku zaměřen na možnosti identifikace a eliminace těchto nežádoucích projevů. Ve své podstatě se jedná o další rozvoj tématu spojeného s nežádoucími torzními jevy, kterými se postupně zabývala řada dalších autorů [2-9]. Samotný výzkum však není předmětem tohoto

<sup>\*)</sup> **Ing. Vojtěch DYBALA**, Ústav automobilů, spalovacích motorů a kolejových vozidel, Fakulta strojní, ČVUT v Praze, Technická 4, 160 00 Praha, Česká republika Tel.: (+420) 224 352 491, e-mail: vojtech.dybala@fs.cvut.cz. Ph.D. student zaměřený na torzní dynamiku a přechodové jevy v trakčních pohonech kolejových vozidel, školitel studenta: doc. Ing. Josef Kolář, CSc.

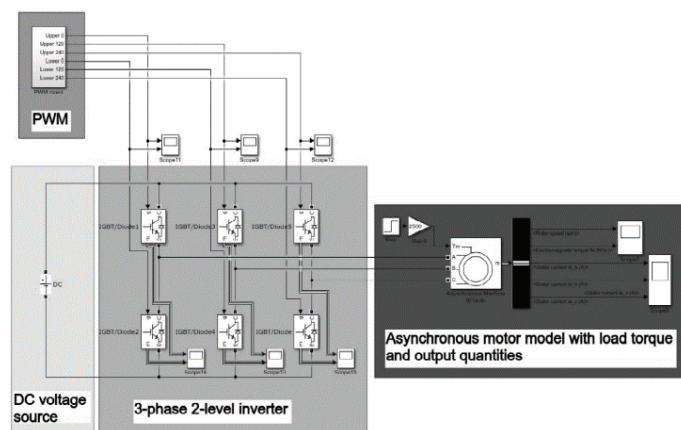
příspěvku, nebude detailněji rozebírán, neboť byl průběžně publikován [10-17]. V průběhu výzkumu se objevily i jevy, které nebyly předpokládány, a bylo nutné se jimi zabývat. Jedním z nich bylo to, že se v realizovaných simulacích neprojevily rezonanční stavy všech vlastních frekvencí. A to i přes to, že se v budícím signálu vyskytují harmonické složky o dostatečné amplitudě a odpovídajících frekvencích, které by je vybudit měly. Cílem tohoto příspěvku je popsat tento jev, metodu a simulace aplikované k jeho objasnění a jeho samotné vysvětlení.



**Obr. 2** Vizualizace zcela odpruženého pohonu dvojkolí lokomotivy [10]  
**Fig. 2** A visualization of a fully suspended drive of a locomotive wheelset [10]

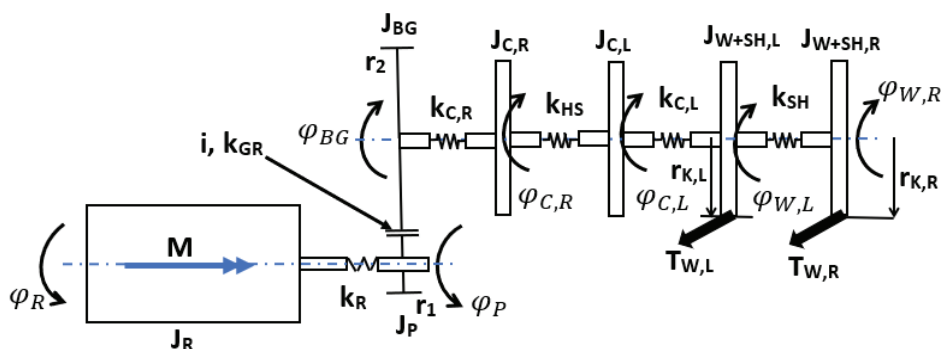
## 2 POPIS JEVU

Problém toho, že se neprojevily očekávané rezonance je vlastností zkoumané soustavy a podmínek buzení. V této kapitole budou nejdříve uvedeny provedené výpočty a simulace v rámci, kterých se tento jev projevil. Až následující kapitola 3 je věnována jevu samotnému.



**Obr. 3** Simulační model napájení motoru ze střídače – bez regulace [11]  
**Fig. 3** A simulation model of a motor supplied from an inverter – no control [11]

Zdrojem buzení jsou zde simulované harmonické složky elektromagnetického momentu trakčního motoru. Ty jsou způsobené napájením trakčního motoru ze střídače, modelově řešené viz. **obr. 3** a více např. v [11, 12]. Modelování mechanické části zcela odpruženého pohonu (**obr. 2**) je založeno na schématické reprezentaci dle **obr. 4.**, kde jsou rotační hmoty soustavy označeny písmenem  $J$ , torzní tuhosti mezi rotačními hmotami jako  $k$  a jejich příslušející indexy mají následující význam: R – rotor motoru, P – pastorek, BG – ozubené kolo, C,R – spojky duté hřídele na pravé straně, HS – dutá hřídel, C,L – spojka duté hřídele na levé straně, SH – náprava, W+SH,L – hmota kola + část hmoty nápravy na levé straně, W+SH,R – hmota kola + část hmoty nápravy na pravé straně. Výpočet vlastních frekvencí této torzní soustavy byl naprogramován v programu MATLAB. Pro detailní popis stavby a fungování využívaných matematických simulačních modelů i zde opět odkazují na předchozí publikace [10, 13, 14].



**Obr. 4** Schéma torzní soustavy zcela odpruženého individuálního pohonu dvojkolí – 7 hmotová soustava [13]

**Fig. 4** A scheme of a torsion system of a fully suspended drive of an individual wheelset drive – 7 masses system [13]

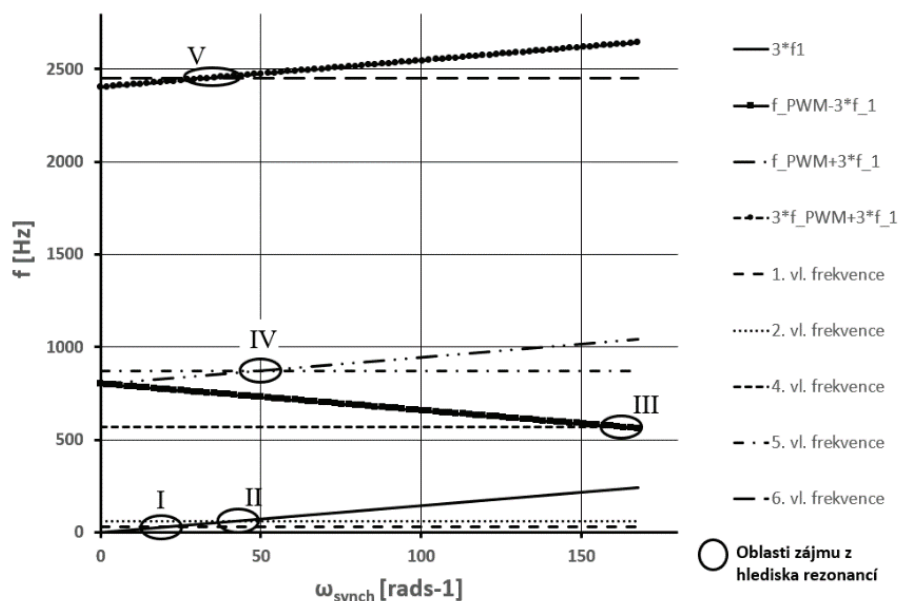
## 2.1 Identifikace potenciálních rezonančních stavů

Potenciální rezonanční stavy torzní soustavy zkoumaného zcela odpruženého pohonu byly identifikovány pomocí Campbellova diagramu - **obr. 5**. Ten prezentuje hodnoty budících frekvencí harmonických složek elektromagnetického momentu trakčního motoru v závislosti na synchronní úhlové rychlosti elektromagnetického pole motoru a vypočtené vlastní frekvence torzní soustavy dle **obr. 4**. Průnik těchto čar pak identifikuje potenciální rezonanční stav torzní soustavy. Je zřejmé, že bylo identifikováno celkem 5 potenciálních rezonančních stavů. Z důvodu přehlednosti diagramu jsou zobrazeny pouze vlastní frekvence a budící frekvence, které se protínají. Projevily se ovšem jen některé, jak je popsáno v následující podkapitole. K následujícím obrázkům je zde nutné doplnit vysvětlující informace k jejich legendám, kde se kromě popisu pořadí vlastních frekvencí torzní soustavy uvádí také informace o budících frekvencích. Specificky první harmonická frekvence napájení motoru  $f_1$  a její násobek  $3 \cdot f_1$ , spínací frekvence pulsně-šířkové modulace  $f_{PWM}$  a její násobky ( $2 \cdot f_{PWM}$ ,  $3 \cdot f_{PWM}$ ) a také vedlejší frekvenční pásma tvořená přičtením nebo odečtením násobků první harmonické od násobku spínací frekvence.

## 2.2 Simulované rezonanční stavy

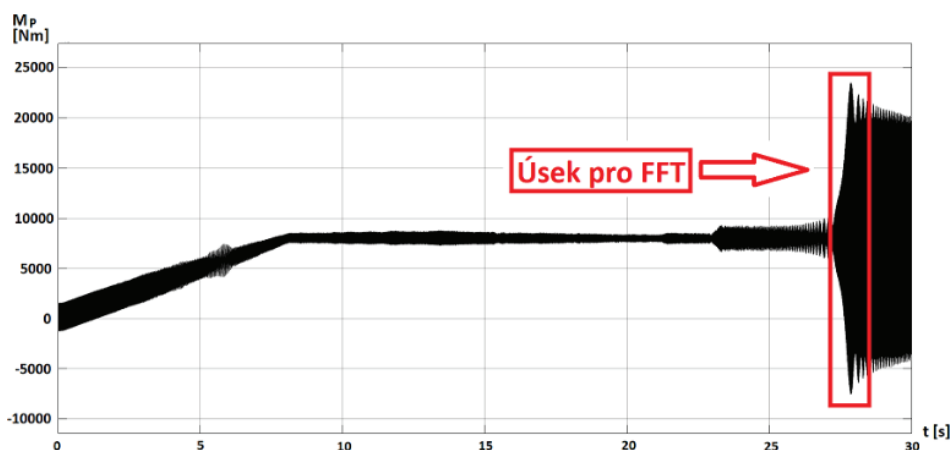
Simulace jízdy lokomotivy průjezdem otáčkového spektra z nulové rychlosti na rychlost cca 85 km/h naprogramované v prostředí MATLAB Simulink, které odpovídají jízdě na maximální hodnotě hnacího momentu, odhalily vznik velmi výrazných rezonančních

stavů, viz **obr. 6**. Což je tedy hlavním předmětem výzkumu. Tyto výsledky však také již konkrétně ukázaly, že nedošlo k vybuzení všech předpokládaných rezonančních stavů dle Campbellova diagramu (**obr. 5**). Vždy byl identifikován pouze rezonanční stav III na odpovídající frekvenci. I dle dříve publikovaných výsledků [15, 17] se jedná o vlastní kmitání pastorku vůči rotoru motoru. Překvapující tedy bylo jednak to, že nedošlo k vybuzení rezonančních stavů na frekvencích odpovídajících vlastnímu kmitání ostatních hmot soustavy, a pak také to, že nedošlo k vybuzení rezonančního stavu V. Ten totiž opět odpovídá vlastnímu tvaru kmitání, kde je dominantní kmitání pastorku.



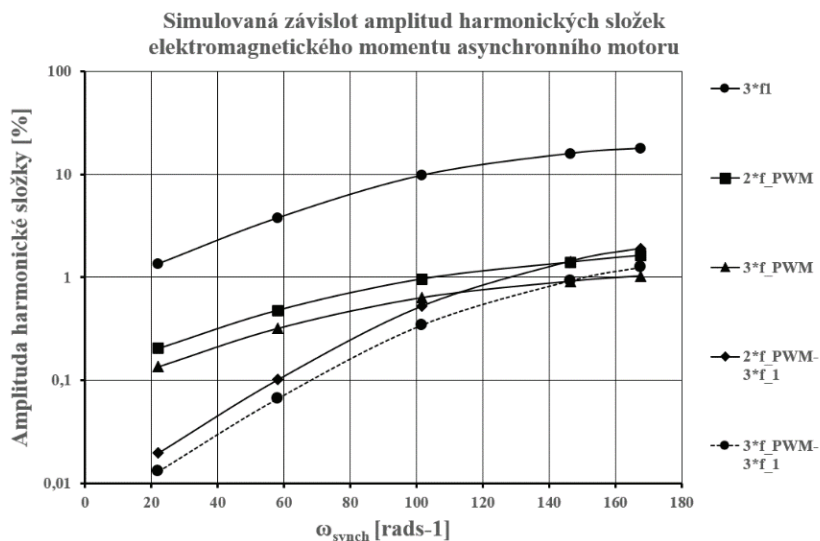
**Obr. 5** Campbellův diagram – 7 hmotová soustava [17]

**Fig. 5** Campbell diagram – 7 masses system [17]



**Obr. 6** Průběh signálu hnacího momentu pastorku

**Fig. 6** A course of a signal of a drive torque of a pinion



**Obr. 7** Z vislost amplitudy harmonick  slo ky na synchronn  u hlov  rychlosti [17]

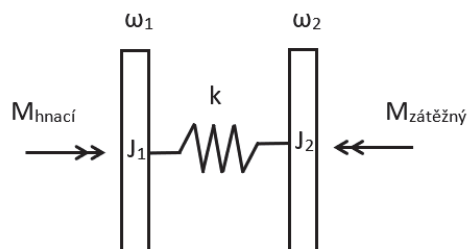
**Fig. 7** An amplitude of a harmonic component as a function of an angular synchronous speed [17]

Prvním předpokladem pro takov  chování je síla budícího signálu, kter  se projevuje klesajícími amplitudami budících harmonických složek s klesající synchronn  rychlostí, viz **obr. 7**. V nízkých ot k ch m  tedy buzen  men  s lu/potenciál vybud t rezonanci, jak je uvedeno např. v [16, 17]. Při řad  dal ch simulací, kde vlivem změny tuhosti h idele rotoru docházelo k posunu rezonančního stavu V do v   ch hodnot, se očekávalo, že zde j  projev n    síly buzen  nebude hrát roli a k vybuzení rezonance dojde. Avšak ani v této situaci, kdy by konkr tn  budící harmonick  složka měla mít dostate n  potenciál rezonanci vybud t, k ní nedošlo. Následnou analýzou, kter  se věnují kapitoly dále v textu, byla hledána p edpokl dan  citlivost vybuzení rezonančního stavu na rychlosti p jezdu rezonanci samotnou.

### 3 CITLIVOST VYBUZENÍ REZONANCE V ZÁVISLOSTI NA RYCHLOSTI P JEZDU

#### 3.1 Matematick  model

Jak jíž bylo uvedeno, tak rezonanční stavy III a V jsou spole n  pastorku v rámci zkouman  torzní soustavy. Stejn  tak pro n  platí, že první se projev l a druh  nikoli. To spole n  s lep m pov dom m o možnostech měnit torzní tuhost h idele rotoru a tím i ovlivňovat hodnotu vlastní frekvence kmitání pastorku sm rovalo k realizaci citlivostní analýzy t mto směrem. N sledn  rozvaha nad realistickými možnostmi však ukázala, že t mto p stupem lze měnit dot en  frekvence pouze v řádech v   ch násobků desítek Hz. Což je nedostate n . Pro lepší



**Obr. 8** Jednoduch  dvou hmotov  soustava

**Fig. 8** A simplified two mass system

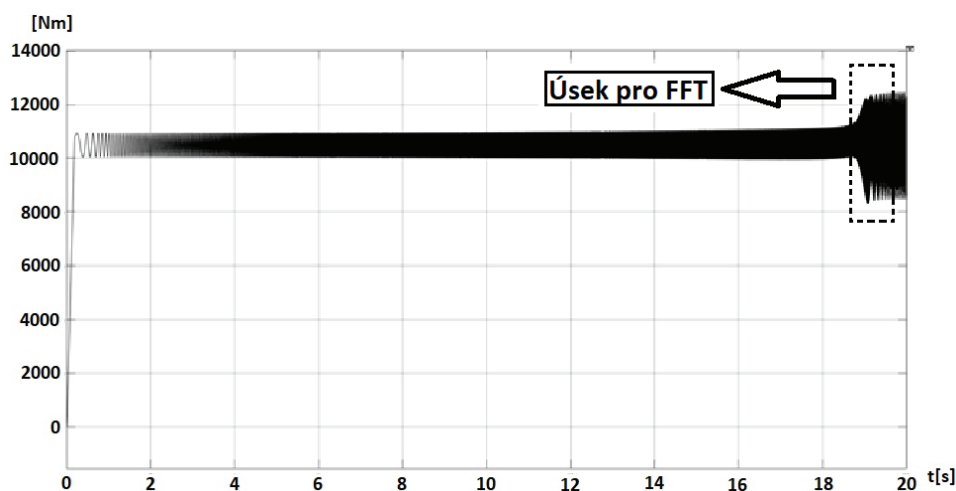
představu je potřeba pokrýt rozsah od stovek do tisíců Hz. Zároveň to ukázalo na potřebu použít náhradní zjednodušenou soustavu. Neboť v případě schematické torzní soustavy reprezentující reálný pohon nelze její parametry s ohledem na reálné a realizovatelné rozměry měnit v dostatečně širokém rozsahu. Byla tedy aplikována jednoduchá dvou hmotová soustava, viz **obr. 8**, pro zjištění a prezentaci principiálního chování. Tuto soustavu představují dvě rotační hmoty o momentech setrvačnosti  $J_1$  a  $J_2$ , které se otáčejí úhlovými rychlostmi  $\omega_1$  a  $\omega_2$  a jsou spojené torzní pružinou o torzní tuhosti  $k$ . I tento model by realizován v prostředí MATLAB Simulink. Momentovou rovnováhu v soustavě vytváří hnací  $M_{hnací}$  a zátěžný  $M_{zátěžný}$  moment. Hnací moment se dle vztahu (1) skládá ze jmenovité hodnoty žádaného momentu urychlujícího soustavu a harmonické složky dle vztahu (2) specifické amplitudy a frekvence, která je nasuperponovaná na jmenovitou hodnotu a roste s otáčkami soustavy. Aby se dalo sledovat vybudění rezonance při průjezdu přes různé vlastní frekvence torzní soustavy. Zátěžný moment je zadáván jako konstanta, aby otáčky soustavy narůstaly lineárně. Zvýšením zátěže je dosahováno snížení rampy nárůstu otáček, tedy snížení úhlového zrychlení soustavy a zpomalení průjezdu předpokládanou rezonanční oblastí při konstantní hodnotě hnacího momentu.

$$M_{hnací} = M_{jmen} + M_{harm} \quad (1)$$

$$M_{harm} = 900 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \quad (2)$$

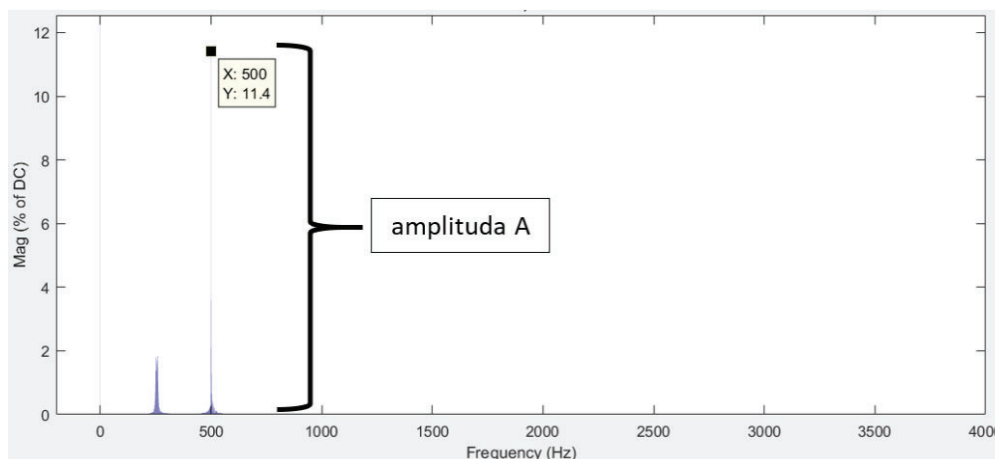
### 3.2 Výsledek simulací a analýzy citlivosti buzení rezonancí

Simulace pro zjištění citlivosti definované torzní soustavy proběhly pro řadu kombinací úhlových zrychlení  $\varepsilon$  a vlastních frekvencí torzní soustavy. Úhlových zrychlení  $\varepsilon$  s hodnotami 20, 30, 40 a 50  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$  bylo dosaženo nastavením adekvátní hodnoty zátěžného momentu a tím byla definována rychlost průjezdu soustavy oblastí její rezonance. Nastavením odpovídajících hodnot torzní tuhosti  $k$  byly definovány hodnoty vlastních frekvencí soustavy – 500, 1000, 1500, 2000, 2500 a 3000 Hz. Na **obr. 9** je ukázka typického průběhu simulovaného signálu hnacího momentu hmoty  $J_2$  s vybuděným rezonančním stavem, jehož frekvenční analýza byla provedena pomocí Rychlé Fourierovy Transformace – FFT.



**Obr. 9** Průběh signálu hnacího momentu hmoty  $J_2$

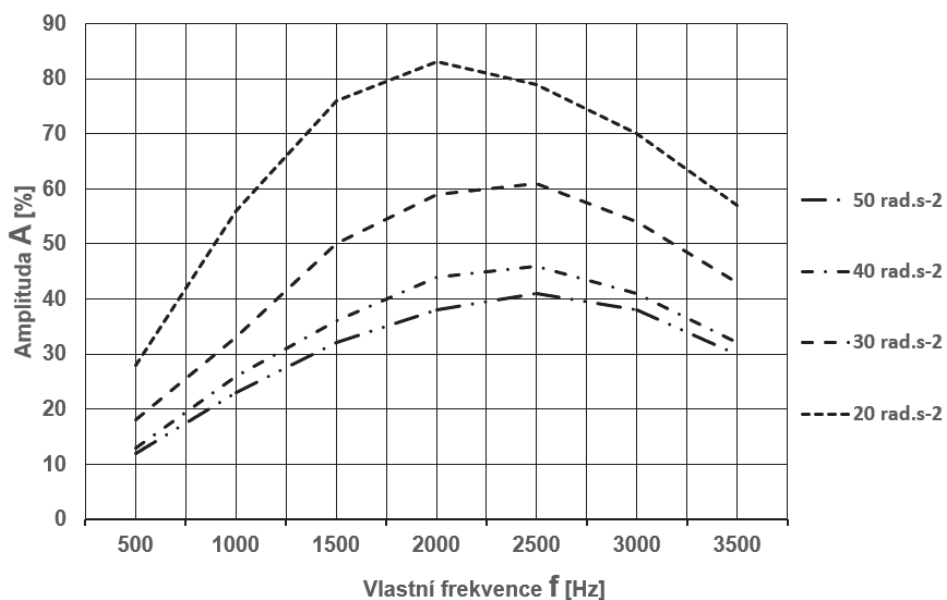
**Fig. 9** A course of drive torque of a mass  $J_2$



**Obr. 10** Grafické znázornění FFT rezonančního stavu hnacího momentu hmoty  $J_2$   
**Fig. 10** A visualization of an FFT for a resonance state of the drive torque of a mass  $J_2$

Na **obr. 10** je prezentováno grafické vyobrazení této analýzy, tedy zjištěná hodnota amplitudy harmonických složek s příslušnou frekvencí kmitání. Souhrn hodnot amplitud rezonančních stavů torzní soustavy pro všechny realizované simulace jsou graficky prezentovány v **obr. 11**.

### Mapa amplitud rezonančních stavů torzní soustavy



**Obr. 11** Závislost amplitud rezonančních stavů torzní soustavy  
**Fig. 11** A function of amplitudes of resonance states of the torsion system

Z výše uvedených výsledků je vidět, že s klesajícím úhlovým zrychlením soustavy, tedy v důsledku s klesající rychlostí průjezdu buzení oblastí vlastní frekvence, dochází k nárůstu amplitud vybuzených rezonančních stavů. Opačně lze říci, že čím rychleji oblast rezonance projedeme, tím budou menší amplitudy samotné rezonance. Což je tedy v principu ověření předpokládaného vlivu. Také se ukázalo, že amplitudy zkoumaných rezonančních stavů nemají od určitých vlastních frekvencí lineární závislost.

#### 4 ZÁVĚR

Provedené simulace a jejich výše popsané výsledky prokázaly, že při buzení rezonančních stavů v torzní soustavě se projevuje předpokládaná citlivost vybuzení těchto rezonancí. Specificky to znamená, že s rostoucí rychlostí průjezdu budícího signálu oblastí vlastní frekvence soustavy dochází k redukci vzniklého rezonančního stavu, respektive ke snížení amplitudy harmonické složky o rezonanční frekvenci. Dalším zjištěným projevem je, že amplitudy rezonančních stavů nemají lineární závislost na frekvenci. Což může být spolu s výše popsanou citlivostí a znalostí závislosti amplitud harmonických složek elektromagnetického momentu (**obr. 7**) komplexní příčinou toho, proč nemusí docházet k vybuzení všech potenciálních rezonančních stavů v buzené torzní soustavě.

Tento výzkum byl realizován za podpory Technologické agentury ČR, projekt č. TE01020054 „Konstrukce vozidel Božek – Národní centrum kompetence“.

#### Literatura

[1] ŠKODA TRANSPORTATION, „POHONNÉ A ŘÍDÍCÍ SYSTÉMY PRO LOKOMOTIVY,“ ŠKODA TRANSPORTATION a.s., 2021. [Online]. Available: <https://www.skoda.cz/reference/trakcni-vybaveni-pro-lokomotivy/?from=prod>. [Přístup získán 3 březen 2021]. [2] M. W. WINTERLING, Delft: Delft University Press, Mekeleg 4, 2628 CD delft, The Netherlands, 1997, p. 193. [3] M. Fleisher, „Adaptive Reduced Modal Model Identification for Arbitrarily Branched Multi-Inertia Traction Drive-Trains,“ Michael Fleischer, „Proceedings of PCIM Europe 2004,“ pp. 93-98, 2004. [4] M. Fleischer, Modal State Control in the Frequency Domain for Active Damping of Mechanical Vibrations in Traction Drive-Trains, Kawasaki: IEEE, 2004. [5] R. Schneider, „Torsionsschwingungen von Radsatzwellen - Systemanalyse Teil 1: System - und Modellbeschreibung,“ ZEVrail, November-Dezember 2017. [6] R. Schneider, „Torsionsschwingungen von Radsatzwellen - Systemanalyse Teil 2: Physikalische Untersuchungen und Sicherheitsbetrachtung,“ ZEVrail, pp. 27-39, Januar-Februar 2018. [7] Yu, Minyi; Breuer, Werner; „Energie-Methode: Vorhersage des maximalen dynamischen Torsionsmomentes,“ v 16. Internationale Schienenfahrzeugtagung Dresden, Dresden, 2018. [8] T. Fridrichovský, „SOUČASNÉ PROBLÉMY V KOLEJOVÝCH VOZIDLECH 2021: XXV. KONFERENCE S MEZINÁRODNÍ ÚČASTÍ, SBORNÍK PŘÍSPĚVKŮ,“ v *Vztah mechanických a elektrických veličin v pohonech moderních kolejových vozidel*, Česká Třebová, 2021. [9] T. Fridrichovský, Dynamické vlastnosti pohonů moderních kolejových vozidel, Praha: ČVUT v Praze, 2022, p. 222. [10] V. Dybala, M. Libenský, B. Šulc a C. Oswald, „Slip and Adhesion in a Railway Wheelset Simulink Model Proposed for Detection Driving Conditions Via Neural Networks,“ v SBORNÍK vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava, Řada strojní, Ostrava, 2018. [11] V. DYBALA, „The influence of a control on a frequency composition of phase currents and an electromagnetic torque in simulations of an asynchronous motor power from an inverter,“ in Zborník prednášok, diel I – XXIV. Medzinárodná konferencia – Súčasný problémy v koľajových vozidlách. Žilina, VTS pri Žilinskej univerzite v Žiline, 2019. [12] V. Dybala, „Simulace vlnění elektromagnetického momentu asynchronního trakčního motoru lokomotivy napájeného ze střídače,“ v Sborník konference STČ na Strojní fakultě ČVUT v Praze, Praha, 2019. [13] V. Dybala, „Vliv



elektromagnetického momentu trakčného motoru na buzení torzných kmitů mechanické sositavy pohonu dvojkolí kolejových vozidel," NOVÁ ŽELEZNIČNÍ TECHNIKA, pp. 16-21, září 2021. [14] V. Dybala, „Research tools applicable in design of high-speed and high-power rail vehicles," v Studentská vědecká konference Vysokorychlostní tratě – budoucnost české železnice IRICoN 2020, Praha, 2020. [15] V. Dybala, „KALKER'S COEFFICIENT  $c_{11}$  AND ITS INFLUENCE ON THE DAMPING AND THE RETUNING OF A MECHANICAL DRIVE TORSION SYSTEM OF A RAILWAY VEHICLE," Acta Polytechnica CTU Proceedings, 2021. [16] V. Dybala, „Elektromagneticky vybudzené rezonanční stavy membránové spojky a pastorku zcela odpruženého pohonu," v SOUČASNÉ PROBLÉMY V KOLEJOVÝCH VOZIDLECH 2021: XXV. KONFERENCE S MEZINÁRODNÍ ÚČASTÍ, Česká Třebová, 2021. [17] V. Dybala, „The electromagnetically excited resonance of the pinion in fully-suspended drive of a locomotive and its sensitivity on the torsion stiffness of the rotor shaft," v Sborník abstraktů konference STČ, Praha, 2021.



### Resumé

*V průběhu výzkumu zaměřeného na metody zjišťování a eliminace nebezpečných rezonančních stavů ve zcela odpružených pohonech vysoce výkonných lokomotiv se ukázalo, že nedochází k vybudzení všech předpokládaných rezonančních stavů. Tento článek pak shrnuje předpokládané příčiny tohoto projevu se zaměřením na předpokládanou citlivost buzení rezonance na frekvenci a rychlosti průjezdu.*

### Summary

*Within the research focused on methods of detection and elimination of dangerous resonances in fully-suspended drives of high-power locomotives it appeared, that some of supposed resonances are not excited. This paper summarizes supposed causes of this effect with focus on the supposed sensitivity of the resonance excitation on a frequency and on a resonance passage speed.*

