



FRAKTÁLOVÝ MODEL POSÚDENIA RIZÍK (FRAM) - NÁVRH

FRACTAL RISK ASSESSMENT MODEL (FRAM) - PROPOSAL

LADISLAV MARIŠ

ABSTRACT: *This article introduces the Fractal Risk Assessment Model (FRAM), a novel approach to quantifying and visualising risk in complex physical infrastructure, such as water utilities. Traditional risk assessment methods often struggle to capture the multi-layered and spatially intricate nature of modern security systems. Drawing on fractal geometry concepts, FRAM treats risk as a spatially structured problem where critical properties can recur across various scales. The model integrates classic probability (P) and impact (D) with two key fractal indicators: Fractal Dimension (Df), which quantifies the structural complexity, and Lacunarity (Lf), representing the distribution of unprotected "gaps" or "empty spaces" within the security layout. By defining risk as $R_f = P * D * (D_f * L_f)$, FRAM provides a quantifiable measure that reflects both an object's inherent complexity and the completeness of its protective measures. The article applies FRAM to a hypothetical water utility, demonstrating its capability to identify vulnerabilities and assess risk more precisely than linear models, thereby offering valuable insights for enhancing physical security management. The article is intended for experts in risk assessment, security management, and project managers, particularly in the field of security.*

KEYWORDS: *Fractal Method. Model. Physical Security. Risk Assessment.*

ÚVOD

Fraktálová myšlienka pochádza z oblasti matematiky a opisuje javy, ktoré sa opakujú v rôznych mierkach a sú charakteristické svojou štruktúrnou sebakopodobnosťou. Fraktály nachádzame v prírode (stromy, riečne siete, nervová sústava), ale čoraz viac aj v technike (antény, mikroelektronika), urbanizme napr. plánovanie miest, usporiadanie ulíc, fasády budov (Liu, 2021) a analýze komplexných systémov vrátane bezpečnosti (Albahar et. al, 2022). Ich aplikácia v oblasti bezpečnosti – kybernetická bezpečnosť (Mouchoux et. al, 2025) otvára nové možnosti, ako kvantifikovať a vizualizovať zložitost' a zraniteľnosť objektov nielen na úrovni jednotlivých prvkov, ale aj v rámci ich vzťahov a štruktúr.

V bezpečnostnom manažmente často narážame na zložité architektúry a viacúrovňové interakcie medzi technickými, organizačnými a fyzickými opatreniami. Tradičné metódy posudzovania rizík (ISO 31010, 2019) síce poskytujú rámec pre analýzu, ale často nedokážu postihnúť dynamickú a priestorovú komplexitu objektov. Fraktálny by mohol pristúpiť k hodnoteniu rizika inak – a to ako ku priestorovo štruktúrovanému problému, kde sa rizikové vlastnosti opakujú na viacerých úrovniach.

Bezpečnostné systémy vo fyzickej infraštruktúre sú často rozčlenené do viacerých vrstiev a zložitých zón (napr. cibulový princíp). Hodnotenie rizika v takýchto systémoch naráža na obmedzenia tradičných modelov, ktoré nedokážu dostatočne reflektovať hierarchickú štruktúru a priestorovú zložitost' objektov (riziko systému vs. riziko prvku). Fraktálna geometria ponúka koncept pre modelovanie komplexných a sebakopodobných štruktúr v bezpečnosti. Výskumná medzera, ktorou sa tento článok zaoberá, spočíva v nedostatku kvantitatívnych metód, ktoré by dokázali prepojiť geometrickú zložitost' fyzickej infraštruktúry s jej celkovou bezpečnostnou zraniteľnosťou. Fraktálny prístup k hodnoteniu rizika je navrhnutý tak, aby túto medzeru preklenul. Oproti tradičným metódam pristupuje k riziku ako ku priestorovo štruktúrovanému problému, kde sa rizikové vlastnosti opakujú na viacerých úrovniach.

V tomto článku navrhujeme využitie tejto myšlienky **na fraktálový model posúdenia rizík (FRACTAL RISK ASSESSMENT MODEL - FRAM)**, ktorý kombinuje kvantitatívne ukazovatele geometrickej komplexity (fraktálna dimenzia), distribúcie medzier (lakunarita) a klasický prístup založený na pravdepodobnosti a dopade. Model aplikujeme na fiktívny objekt a diskutujeme možnosti jeho širšieho využitia.

1. FRAKTÁLOVÝ MODEL POSÚDENIA RIZÍK

Fraktály sa najčastejšie opisujú ako matematické modely (geometrické útvary), ktoré majú vlastnosť sebakopodobnosti časti, ktoré sa podobajú celku, nezávisle od stupňa (dimenzie) priblíženia. V praxi to znamená, že systémy organizované fraktálne sa dajú efektívne modelovať pomocou opakovateľných pravidiel. Tento princíp je sa pokúsime aplikovať pre fyzickú ochranu objektov, kde sa rovnaké prístupy (napr. technické opatrenia detekcie) aplikujú v rôznych mierkach (perimeter, miestnosť, zariadenie).

1.1 Kontext posudzovania rizika v komplexnej fyzickej infraštruktúre

Tradičné metódy posudzovania rizík, ako sú tie, ktoré sú uvedené v normách ISO (napr. ISO 31010:2019), sa často stretávajú s významnými obmedzeniami, keď sa aplikujú na komplexnú fyzickú infraštruktúru (International Organization for Standardization, 2019). Systémy kritickej infraštruktúry, ako sú vodárne, dopravné siete alebo energetické rozvody, sú vo svojej podstate viacvrstvové, priestorovo zložité a dynamické, čo často presahuje možnosti lineárnych predpokladov, ktoré sú súčasťou konvenčných modelov. Fyzická bezpečnosť, definovaná ako súbor aktívnych a pasívnych opatrení na odradenie narušiteľov a zabránenie neoprávnenému prístupu k majetku (personál, vybavenie, zariadenia, materiály a informácie), je prvoradá pre ochranu národnej bezpečnosti a majetku (Department of Defense, n.d.).

Kritická infraštruktúra je príkladom zložitých systémov, ktoré sa vyznačujú množstvom vzájomne interagujúcich komponentov, ktoré vykazujú emergentné správanie. To sa nedá predpovedať ani pochopiť analýzou izolovaných jednotlivých prvkov (Gell-Mann, 1994). Tieto systémy sú často nelineárne, čo znamená, že malé zmeny na vstupe môžu viesť k rozsiahlym zmenám na výstupe a často vykazujú sebaorganizáciu (Gell-Mann, 1994). V kontexte riadenia rizík to znamená, že zraniteľnosti v jednom segmente infraštruktúry môžu mať kaskádové a nepredvídateľné účinky na celý systém, ktoré tradičné lineárne modely nedokážu adekvátne zachytiť. Táto inherentná zložitosť predstavuje zásadný nesúlad pre lineárne modely rizík. Ak je systém vo svojej podstate zložitý a nelineárny, lineárny model ho nevyhnutne príliš zjednoduší a prehliadne kritické rizikové faktory. Akékoľvek skutočne účinné posúdenie rizika takýchto systémov musí zahŕňať nelineárne, viacúrovňové analytické prístupy na zachytenie emergentných zraniteľností. FRAM, využívajúci fraktálnu geometriu, rieši túto výzvu priamo tým, že rozpoznáva sebakopodobnosť a škálovateľnú invarianciu (Mariš, 2025; Liu, 2021).

1.2 Úvod do fraktálnej geometrie a jej nová rola v bezpečnosti

Pojem fraktálov, ktorý má pôvod v matematike, opisuje javy, ktoré sa opakujú v rôznych mierkach a vyznačujú sa štruktúrnou sebakopodobnosťou (Mariš, 2025). Tento koncept, ktorý formalizoval Benoît Mandelbrot v roku 1982, znamená, že vzory v pohyboch sa pri zväčšení podobajú tým, ktoré sú pozorované v rôznych časových rámcoch (Mandelbrot, 1982; Nekrasova et al., 2018; Peters, 1994). Fraktály sa nachádzajú v prírode (stromy, riečne siete, nervová sústava) a čoraz častejšie sa využívajú aj v technike (antény, mikroelektronika), urbanizme (napr. plánovanie miest, usporiadanie ulíc, fasády budov) (Liu, 2021; Myint & Mesev, 2011) a v analýze komplexných systémov vrátane bezpečnosti (Albahar et al., 2022). Dva kľúčové fraktálne ukazovatele relevantné pre posudzovanie rizika sú Fraktálna dimenzia (D_f) a Lakunarita (L_f). Fraktálna dimenzia kvantifikuje zložitosť a vyplnenie priestoru fraktálneho vzoru, pričom má často neceločíselné hodnoty (Liu, 2021; Nekrasova et al., 2018). Vyššia fraktálna dimenzia naznačuje zložitejšiu štruktúru, ktorá efektívnejšie vyplní priestor (Liu, 2021). Lakunarita, na druhej strane, meria "medzerovitost" alebo heterogenitu geometrickej štruktúry a opisuje distribúciu prázdnych priestorov (Mariš, 2025; Plotnick et al., 1993; Myint & Mesev, 2011). Objekty s vysokou lakunaritou vykazujú širokú škálu veľkostí medzier a sú heterogénne (Myint & Mesev, 2011).

1.3. Návrh modelu FRAM

Posúdenie rizika (R) sa definuje ako kombinácia pravdepodobnosti a dopadu najmä na základe noriem ISO 31000 (ISO 31000, 2018) a ISO 31010. V našom prípade navrhujeme tieto základné faktory rozšíriť o fraktálne ukazovatele, čo umožňuje zohľadniť presnejšiu priestorovú a štruktúrnú analýzu.

Fraktálový strom predpokladá reprezentáciu objektov/prvkov nasledovne: kmeň reprezentuje celý objekt, vetvy reprezentujú zóny objektu (perimeter, sklad, nádrž) a listy reprezentujú konkrétne prvky (bezpečnostné dvere, kameru, bezpečnostný ventil). Každý uzol systému je analyzovaný pomocou rovnakej hodnotiacej funkcie bez ohľadu na úroveň, čím dosiahneme štrukturálnu konzistentnosť resp. jej škálovateľnosť naprieč celým chráneným objektom.

Fraktálna dimenzia (Df) vyjadruje mieru komplexnosti priestoru (index zložitosti). Vyššia hodnota znamená zložitejšiu štruktúru s väčším počtom možných ciest (napr. areál, objekt, poschodie, miesnosť, predmet).

Fraktálna lakunarita (Lf) popisuje v našom prípade nedetekčnú charakteristiku priestoru, teda rozloženie prázdnych alebo nezabezpečených miest. Kombináciou týchto parametrov môžeme kvantifikovať napríklad zložitosť ochranných opatrení.

Ak vychádzame zo štandardného posúdenia rizika ako kombináciu pravdepodobnosti a dôsledku ($R = P \times D$) – resp s jeho ďalšími možnosťami rozšírenia (napr. robustnosť, zraniteľnosť, atď.), potom fraktálny model rizika môžeme vyjadriť ako:

$$R_f = P \times D \times F, \text{ pričom } F = D_f \times L_f$$

kde:

- *P* reprezentuje pravdepodobnosť,
- *D* reprezentuje dopad,
- *F* reprezentuje fraktálnu dimenziu (index zložitosti) a lakunaritu (prázdne miesta) posudzovaného objektu (fraktálovosť).

Výhodou fraktálneho modelovania v oblasti fyzickej bezpečnosti je schopnosť vizualizovať a kvantifikovať priestorovú zložitosť a bezpečnostné medzery spôsobom, ktorý nie je možný pri tradičných lineárnych modeloch. Fraktálna dimenzia tak poukazuje na hustotu a zložitosť bezpečnostného usporiadania – napríklad vysoká D_f môže naznačovať sofistikovane prepojené opatrenia alebo členitý objekt, ktorý si vyžaduje detailnú analýzu prístupových ciest. Naopak, lakunarita (L_f) môže upozorniť na priestorové medzery – oblasti so slabým pokrytím kamerového systému, slepé zóny v detekcii alebo miesta bez mechanických zábranných prostriedkov. Implementácia fraktálneho modelu v praxi si vyžaduje hierarchickú analýzu bezpečnostného systému, kde sa na každej úrovni (od areálu po jednotlivé prvky) identifikujú kľúčové hodnoty modelu.

Pre výpočtovú podporu modelu možno použiť algoritmy založené na grafovej analýze, kde každý uzol stromu reprezentuje bezpečnostný prvok a hrany predstavujú funkčné väzby alebo fyzickú dostupnosť. Hodnotenie jednotlivých uzlov a ich parametrov (napr. stupeň ochrany, pravdepodobnosť prekonania ochranných opatrení) následne umožňuje zostaviť komplexnú hodnotu rizika pre celý objekt (systém).

2. MODELOVANIE RIZIKA POMOCOU FRAKTÁLNYCH PARAMETROV

V tomto príklade analyzujeme riziko bezpečnostného incidentu na fiktívny objekt prostredníctvom fraktálneho prístupu s možnou aplikáciou (funkcia v jazyku Python). Chránený objekt môže byť strategickým prvkom kritickej infraštruktúry, kde narušenie môže mať vážne dôsledky pre obyvateľstvo aj prevádzkovateľa.

Lakunarita (Lf) a jej hodnoty

Lakunarita je mierou "medzier" alebo "prázdnych miest" v priestorovom usporiadaní objektu. Charakterizuje heterogenitu resp. mieru, akou vzor vyplňuje priestor. V štandardnom chápaní ochrany objektov sa podobá na zraniteľné miesta, avšak vo fraktálovom prístupe by ju chápene ako všetky nezabezpečené miesta – teda medzery. Dva objekty môžu mať rovnakú fraktálnu dimenziu, ale veľmi odlišnú lakunaritu (napr. riedka, rozptýlená štruktúra vs. hustá, kompaktná štruktúra s rovnako "rozvetvenými" detailmi).

Lakunarita sa zvyčajne vyjadruje ako hodnota v rozsahu od 0 do 1 (alebo niekedy aj vyššie, v závislosti od metódy výpočtu, no pre účely nášho modelu ju obmedzíme na 0 až 1, kde 0 znamená úplnú homogenitu a 1 extrémne "deravú" štruktúru resp. nulovú detekčnú charakteristiku).

- Lf blízko 0 (napr. 0,1 – 0,3): **Nízka lakunarita**
 - Interpretácia: Objekt je veľmi homogénny a priestor je vyplnený detekčnou charakteristikou rovnomerne. Má málo alebo žiadne "medzery" či "prázdne miesta" v rámci bezpečnostných opatrení.
 - *Príklad pre chránený objekt: Bezpečnostný systém je veľmi konzistentný, málo slepých miest v kamerovom systéme, všetky vstupy sú dôkladne zabezpečené, žiadne nechránené oblasti.*
- Lf v strede (napr. 0,4 – 0,7): **Stredná lakunarita**
 - Interpretácia: Objekt vykazuje určitú mieru heterogenity a prázdnych miest. Priestor nie je vyplnený úplne rovnomerne v rámci bezpečnostných opatrení.
 - *Príklad pre chránený objekt: Existujú určité slepé miesta v pokrytí, niektoré prístupové body sú menej zabezpečené, alebo sú tu oblasti s nerovnomernou ochranou.*
- Lf blízko 1 (napr. 0,8 - 1,0): **Vysoká lakunarita**
 - Interpretácia: Objekt je veľmi heterogénny s veľkým počtom medzier a nevyplneného priestoru. Štruktúra je "deravá" alebo "rozptýlená", napríklad nulová detekčná charakteristika.
 - *Príklad pre chránený objekt: Bezpečnostný systém má výrazné nedostatky, rozsiahle slepé miesta, mnoho nechránených vstupov, ľahko preniknuteľné oblasti.*

Fraktálna dimenzia (Df) a jej hodnoty

Fraktálna dimenzia (index zložitosti), ktorý kvantifikuje, ako "úplne" fraktálny vzor vyplní priestor, keď sa skúma v rôznych mierkach. Fraktálna dimenzia môže mať neceločíselné hodnoty:

- Df blízko 1 (napr. 1,0 - 1,2): **Nízka fraktálna dimenzia**
 - Interpretácia: Objekt je pomerne jednoduchý a lineárny, podobný jednoduchej štruktúre – 1 dimenzia. Detaily sa s mierkou menia len minimálne.
 - *Príklad pre chránený objekt: Veľmi jednoduchá štruktúra chráneného objektu s minimom prístupových ciest alebo vrstiev ochrany (napr. len jeden plot, jednoduchá budova). Je ľahké pochopiť jej "geometriu".*
- Df v strede (napr. 1,3 - 1,7): **Stredná fraktálna dimenzia**
 - Interpretácia: Objekt vykazuje strednú zložitosť a miernu úroveň detailov, ktoré sa opakujú v rôznych mierkach. Viacero poschodí, viacero miesností.
 - *Príklad pre chránený objekt: Chránený objekt s viacerými budovami, skladmi, rôznymi typmi ochrany (ploty, múry, poschodí, dvere) a vnútornými priestormi. Bezpečnostná "plocha" nie je súvislá, ale má istú úroveň členitosti.*
- Df blízko 2 (napr. 1,8 - 2,0): **Vysoká fraktálna dimenzia**
 - Interpretácia: Objekt je veľmi zložitý a "rozvetvený", s bohatými detailami na rôznych úrovniach, ktoré efektívne vyplňajú priestor.
 - *Príklad pre chránený objekt: Veľmi komplexná štruktúra chráneného objektu s rozsiahlym areálom, viacerými prístupovými vrstvami (rôzne zóny ochrany), podzemnými priestormi, zložitými potrubnými systémami, sieťami senzorov a prepojenými technickými miestnosťami. Je náročné zmapovať všetky potenciálne zraniteľnosti.*

Predpokladané hodnoty:

- P (pravdepodobnosť útoku alebo incidentu): 0,2 ; napr. na základe historickej analýzy incidentov v regióne
- D (dopad v prípade úspešného útoku): 80; škála 0 – 100, pričom 80 predstavuje vysoký dopad na prevádzku, zásobovanie vodou, reputáciu,

- Df (fraktálna dimenzia objektu): 1,65; mierne zložitý objekt s viacerými úrovňami prístupu: vonkajší plot, sklad, technická miestnosť, nádrž, serverovňa,
- Lf (lakunarita – miera „prázdnych“ miest v ochrane): 0,75; napr. niektoré slepé miesta v kamerovom systéme, chýbajúce detekčné senzory na zadných vstupoch.

Vzorec:

- $Rf = P \times D \times F$; kde $F = Df \times Lf$

Vypočítajme najskôr fraktálny faktor:

- $F = 1,65 \times 0,75 = 1,2375$

A potom celkové fraktálne riziko:

- $Rf = 0,2 \times 80 \times 1,2375 = 19,8$

Interpretácia:

- **Rf = 19,8** (z max. možnej hodnoty napr. 100) znamená **stredne vysoké riziko**, ktoré je ovplyvnené najmä vysokým dopadom a strednou zložitou objektu.
- Fraktálne parametre poukazujú na **potenciál pre zlepšenie ochrany** – napríklad zvýšením pokrytia slepých miest (znižením lakunarity Lf na 0,5) by sa riziko znížilo.

```
def fraktalne_riziko(P, D, Df, Lf):
    """ Výpočet fraktálneho rizika podľa vzorca:
        Rf = P x D x (Df x Lf) """
    F = Df * Lf
    Rf = P * D * F
    return Rf

# Základné vstupné hodnoty pre tento príklad determinované
P = 0.2          # Pravdepodobnosť incidentu
D = 80          # Dopad incidentu
Df = 1.65       # Fraktálna dimenzia
Lf = 0.75       # Lakunarita (miera "prázdnych miest")

# Výpočet fraktálneho rizika
zakladne_riziko = fraktalne_riziko(P, D, Df, Lf)
print(f"Základné fraktálne riziko: {zakladne_riziko:.2f}")
```

Obrázok 1 – Funkcia fraktalne_riziko v jazyku Python, s diskretnými hodnotami
(Autor pomocou nástrojov (Python, 2025; Microsoft, 2025))

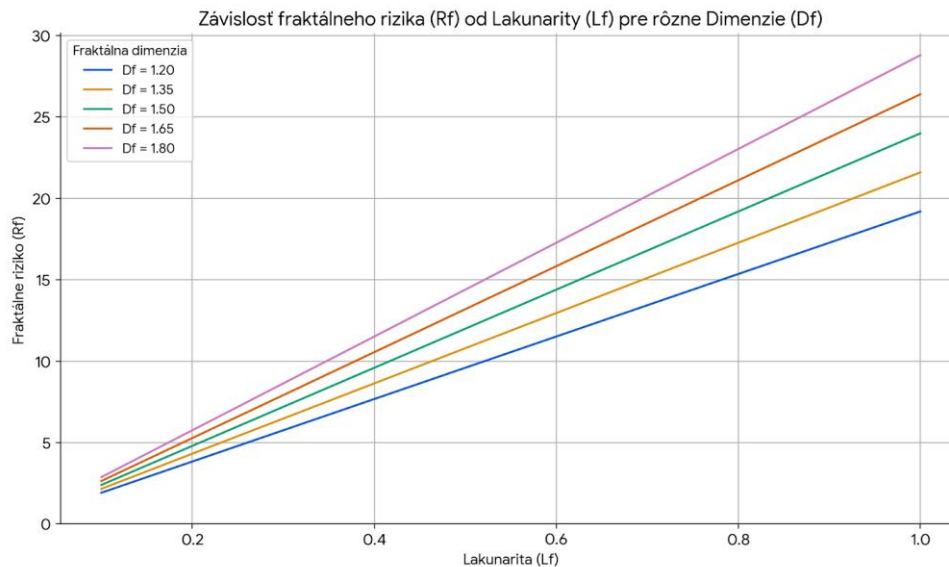
Hodnoty v modelovom príklade boli zvolené na základe dvoch kľúčových princípov:

- Teoretické základy fraktálnej geometrie: Fraktálna dimenzia (Df) a lakunarita (Lf) majú v matematike a prírodných vedách presne definované intervaly. Df pre 2D priestor sa pohybuje od 1 (jednoduchá línia) po 2 (úplné vyplnenie plochy). Lf, ktorá meria medzery v štruktúre, sa bežne kvantifikuje v rozsahu od 0 (žiadne medzery) po 1 (maximálna heterogenita). Váš model tieto intervaly rešpektuje.
- Praktická interpretácia pre bezpečnosť: Tieto matematické intervaly boli prenesené do kontextu fyzickej bezpečnosti. Namiesto abstraktných matematických pojmov teraz reprezentujú konkrétne charakteristiky objektu a jeho ochrany. Napríklad, nízka Df (blízko 1) znamená jednoduchú, ľahko mapovateľnú štruktúru, zatiaľ čo vysoká Df (blízko 2) predstavuje komplexný, rozvetvený a ťažko zmapovateľný objekt. Podobne, nízka Lf naznačuje minimálne „slepe zóny“, zatiaľ čo vysoká Lf poukazuje na závažné nedostatky v zabezpečení.

Modelové hodnoty $D_f = 1.65$ a $L_f = 0.75$ boli zámerne vybrané tak, aby predstavovali stredne zložitý objekt s výraznými, ale nie fatálnymi nedostatkami v ochrane. Sú realistickým príkladom situácie, s akou sa bezpečnostní manažéri často stretávajú, čo umožňuje praktickú demonštráciu fungovania modelu. Výber týchto hodnôt preto nebol náhodný, ale bol založený na prepojení teoretických princípov fraktálnej geometrie s ich praktickým významom v oblasti posudzovania rizík.

3. ZÁVISLOSŤ RIZIKA OD HODNÔT DIMENZIE A LAKUNARITY

Graf (Obrázok 2) zobrazuje, ako sa mení hodnota fraktálneho rizika v závislosti od lakunarity (L_f) a fraktálnej dimenzie (D_f), pričom pravdepodobnosť (P) a dopad (D) zostávajú konštantné ($P = 0,2$ a $D = 80$).



Obrázok 3 – Graf závislosti fraktálneho rizika (R_f) od lakunarity (L_f) pre rôzne dimenzie ($1,2 < D_f < 1,8$) pri zachovaní nemenných hodnôt pravdepodobnosti (P) a dopadu (D)

Na grafe vidíme viacero línií, z ktorých každá predstavuje inú hodnotu fraktálnej dimenzie (D_f), teda iný priebeh kriviek. Všetky línie majú stúpajúci trend, čo znamená, že s rastúcou lakunaritou (L_f) (teda s väčším počtom „prázdnych miest“ v ochrane) sa zvyšuje aj fraktálne riziko (R_f). Táto závislosť je lineárna. Línia s vyššou hodnotou D_f je vždy nad líniou s nižšou hodnotou D_f . To indikuje, že objekty s vyššou fraktálnou dimenziou (komplexnejšie objekty) majú pri rovnakej lakunarite vyššie celkové riziko. Hodnoty P a D sú konštantné pre všetky zobrazené krivky a ich vplyv je implicitne zahrnutý vo výpočte každého bodu na grafe

Konkrétne hodnoty z výpočtov:

- Nízka dimenzia ($D_f = 1,20$) a nízka lakunarita ($L_f=0.10$): $R_f = 1,92$
- Nízka dimenzia ($D_f = 1,20$) a vysoká lakunarita ($L_f=1.00$): $R_f = 19,20$
- Vysoká dimenzia ($D_f = 1,80$) a nízka lakunarita ($L_f=0.10$): $R_f = 2,88$
- Vysoká dimenzia ($D_f = 1,80$) a vysoká lakunarita ($L_f=1.00$): $R_f = 28,80$

Z týchto hodnôt je zrejmé, že obe premenné – lakunarita aj fraktálna dimenzia – priamo ovplyvňujú výsledné riziko. Znižovanie lakunarity (zlepšovanie ochrany) má vždy pozitívny vplyv na zníženie rizika, a to bez ohľadu na komplexnosť objektu. Objekty s vyššou komplexnosťou (vyššie D_f) prirodzene čelia vyššiemu riziku, čo si vyžaduje osobitnú pozornosť pri plánovaní ich ochrany.

4. DISKUSIA

Výpočet hodnôt lakunarity a fraktálnej dimenzie v reálnom svete, napríklad pre komplexný objekt ako vodáreň, elektráreň, výrobný podnik alebo fabrika, nie je jednoduchý proces. Vyžaduje si systematický prístup založený na priestorových dátach a špecializovaných analytických metódach. Prvým a kľúčovým

krakom je zber a digitalizácia všetkých relevantných informácií o objekte a jeho bezpečnostnom systéme. Ideálna by bola komplexná mapa posudzovaného objektu, napr. pôdorys, rozmiestnenie budov, oplotení, rôznych typov nádrží, prístupových ciest a kritických infraštruktúrnych prvkov. Okrem fyzickej štruktúry sú rovnako dôležité aj detaily bezpečnostného pokrytia, napr. umiestnenie kamier, senzorov, vstupných bodov, prípadné slepé miesta v monitoringu alebo nezabezpečené úseky. Tieto dáta by sa museli previesť do digitálnej formy, napr. rastrovej mapy, kde biele pixely reprezentujú objekt alebo jeho chránené časti a čierne pixely prázdny priestor alebo oblasti bez ochrany. Následne vhodnou metódou, napr. box-counting a algoritmy kľzavého boxu, získame číselné hodnoty. Je dôležité poznamenať, že tieto výpočty sa v praxi nerealizujú ručne. Pre efektívne a presné určenie D_f a L_f sa používajú špecializované softvérové nástroje a knižnice, ako napríklad open-source nástroj ImageJ s pluginom FracLac, alebo Python knižnice ako scikit-image či PoreSpy, ktoré obsahujú algoritmy na analýzu fraktálnych a lakunárnych vlastností digitálnych obrazov. Bez týchto nástrojov by bola takáto analýza extrémne náročná a časovo náročná.

Medzinárodný kontext a porovnanie poznatkov

Hoci aplikácia fraktálnej geometrie na posudzovanie rizík v oblasti fyzickej bezpečnosti je nová, koncepcia využívania fraktálov na analýzu zložitých systémov je dobre zavedená. Naše zistenia, že vyššia zložitosť (D_f) zvyšuje riziko a vyššia miera "medzier" (L_f) tiež koreluje s rizikom, sú v súlade s poznatkami v príbuzných disciplínach.

- V kybernetickej bezpečnosti: Mouchoux a Moerman (2025) navrhujú Fraktály kybernetických kampaní, aby analyzovali hierarchické taxonomie kybernetických útokov. Ich zistenia poukazujú na to, že komplexnosť a opakujúce sa vzory útokov môžu byť kvantifikované pomocou fraktálnych metód, čo potvrdzuje náš prístup, že zložitá, viacvrstvová štruktúra (v našom prípade fyzická ochrana) si vyžaduje nelineárne metódy hodnotenia. Naše zistenia sú v súlade aj s prácou Albahara et al. (2022), ktorí využili fraktálnu dimenziu na detekciu anomálií a sabotáží v kyberneticko-fyzikálnych systémoch, čím potvrdzujú, že zmeny v komplexnosti štruktúry môžu byť indikátorom rizika.
- V urbánnom plánovaní a geografii: Práce autorov ako Liu (2021) alebo Myint a Mesev (2011) analyzujú komplexnosť miest a distribúciu otvorených priestorov pomocou fraktálnej dimenzie a lakunarity. Ich závery ukazujú, že mestá s vyššou D_f majú komplexnejšiu, "rozvetvenú" sieť ulíc, zatiaľ čo lakunarita odhaľuje distribúciu parkov a iných "prázdnych" plôch. Tieto metódy a ich interpretácia sú priamo prenosné na analýzu chráneného objektu. Naša vysoká hodnota $D_f = 1,65$ presne odráža takúto "urbánnu" zložitosť vnútorného usporiadania chráneného objektu, zatiaľ čo vysoká hodnota $L_f = 0,75$ zodpovedá "medzerám" v bezpečnostnom pokrytí, podobne ako neplánované otvorené priestory v mestách.
- Vo fyzike a biológii: Koncept lakunarity bol pôvodne vyvinutý na analýzu priestorovej distribúcie galaxií a neskôr bol prispôsobený na opis priestorových vzorov v ekológii a biológii (Plotnick et al., 1993). Použitie lakunarity v našom modeli je priamou adaptáciou tohto prístupu na identifikáciu "medzier" v bezpečnostnom pokrytí, čo ukazuje, že FRAM preberá osvedčené metódy z iných oblastí a aplikuje ich na nové, relevantné pole.

Kombináciou fraktálnej dimenzie, ktorá charakterizuje vnútornú zložitosť objektu, a lakunarity, ktorá popisuje mieru "prázdnych" miest v jeho ochrane, získavame cenné informácie pre presnejšie hodnotenie rizika a identifikáciu slabých miest v bezpečnostnom systéme. Táto metodológia je v súlade s globálnym trendom, ktorý využíva fraktálnu analýzu na riešenie problémov v zložitých systémoch naprieč vednými odbormi.

ZÁVER

Tento článok predstavil a čiastočne preskúmal návrh fraktálového modelu posúdenia rizík (FRAM) ako inovatívny prístup k analýze rizík v komplexných fyzických infraštruktúrach. Poukázali sme na obmedzenia tradičných metód posudzovania rizík, ktoré často nedokážu plne zachytiť dynamickú a priestorovú zložitosť moderných bezpečnostných systémov. **FRAM integruje štandardné ukazovatele pravdepodobnosti (P) a dopadu (D) s fraktálnymi parametrami: Fraktálnou dimenziou (D_f), ktorá**

vyjadruje štruktúrnú zložitosť objektu, a **Lakunaritou (Lf)**, ktorá kvantifikuje mieru "prázdnych miest" alebo medzier v jeho ochrannom pokrytí. Model, vyjadrený vzorcom $Rf = P \times D \times (Df \times Lf)$, poskytuje nový pohľad na riziko tým, že explicitne zohľadňuje geometrické a priestorové charakteristiky. Na príklade fiktívneho chráneného objektu sme demonštrovali aplikovateľnosť modelu a jeho schopnosť identifikovať, ako zmena v lakunarite (napríklad zlepšenie pokrytia) môže viesť k merateľnému zníženiu rizika. Ukázalo sa, že objekty s vyššou fraktálnou dimenziou čelia prirodzene vyššiemu riziku, čo zdôrazňuje potrebu sofistikovanejšieho prístupu k ich ochrane. Hoci výpočet fraktálnej dimenzie a lakunarity si vyžaduje špecializované nástroje a analýzu priestorových dát, potenciál FRAM spočíva v jeho schopnosti poskytnúť podrobnejší a vizuálnejší prehľad o zraniteľnostiach, ktoré tradičné modely môžu prehliadnúť. Tento fraktálny prístup otvára nové možnosti pre efektívnejšie plánovanie a optimalizáciu bezpečnostných opatrení v komplexných infraštruktúrach posudzovaných objektov. Napriek sľubnému potenciálu, model **FRAM** nie je bez obmedzení. Jeho hlavné **limity spočívajú v náročnosti zberu a digitalizácie dát**, ktoré sú nevyhnutné na presné určenie fraktálnej dimenzie a lakunarity. V praxi môže byť tento proces nákladný a časovo náročný, čo môže obmedziť jeho širokú aplikáciu, najmä pre menšie organizácie. Budúce výskumné aktivity by sa preto mali zamerať na vývoj metodík, ktoré by zjednodušili zber a spracovanie dát, napríklad automatizáciou digitalizácie pôdorysov a bezpečnostných máp pomocou **geografických informačných systémov (GIS) alebo systémov CAD**. Ďalšie smery výskumu by mali **skúmať integráciu FRAM s existujúcimi systémami riadenia bezpečnosti a dynamické posudzovanie rizík v reálnom čase**. Taktiež by bolo prínosné preskúmať, ako by sa do modelu mohli začleniť ďalšie parametre zo zložitej sieťovej teórie, čím by sa obohatil o analýzu prepojenosti jednotlivých prvkov a ich vplyvu na celkovú bezpečnosť.

POĎAKOVANIE

Tento článok bol pripravený v rámci podpory projektu APPV-23-0437: Stratégia a metodika ochrany mäkkých cieľov so zameraním na základné, stredné a vysoké školy

LITERATÚRA

- Albahar, M., Thanoon, M., & Albahr, A. (2022). The use of fractal dimension (FD) analysis in detection of anomalies, sabotages, and malicious acts in a cyber-physical system using Higuchi's algorithm. *International Journal on Information Technologies and Security*, 14(2), 111–121.
- Department of Defense. (n.d.). DoD Directive 5200.08, Security of DoD Installations and Resources and the Protection of DoD Personnel.
- Gell-Mann, M. (1994). *The Quark and the Jaguar: Adventures in the Simple and the Complex*. W.H. Freeman and Company.
- International Organization for Standardization. (2018). *ISO 31000: Risk management—Guidelines*.
- International Organization for Standardization. (2019). *ISO 31010: Risk management—Risk assessment techniques*.
- Liu, S. (2021). Fractal Dimension Calculation and Visual Attention Simulation. *Buildings*, 11(4), 163. <https://doi.org/10.3390/buildings11040163>
- Mandelbrot, B. B. (1982). *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company.
- Microsoft Corporation. (2015–2025). Visual Studio Code (Verzia 1.100.2) [Počítačový software]. <https://code.visualstudio.com/>
- Mouchoux, R., & Moerman, F. (2025). Cyber Campaign Fractals: Geometric Analysis of Hierarchical Cyber Attack Taxonomies. arXiv. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.17219> arxiv.org
- Myint, S. W., & Mesev, V. (2011). A lacunarity analysis of urban patterns: An application to three cities. *Applied Geography*, 31(2), 523–532.
- Nekrasova, I., Khokhlov, V., & Korolyov, E. (2018). Fractal analysis of urban road networks using GIS. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 327(2), 022074.
- Peters, E. E. (1994). *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. John Wiley & Sons.
- Plotnick, R. E., Gardner, R. H., & O'Neill, R. V. (1993). Lacunarity analysis: a general technique for the analysis of spatial patterns. *Physical Review E*, 48(4), 2955–2961.
- Python Software Foundation. (2001–2025). Python (Verzia 3.12) [Počítačový softvér]. <https://www.python.org/>

Ladislav Mariš, Ing. PhD.

Fakulta bezpečnostného inžinierstva, Žilinská univerzita v Žiline, 1. mája 32, Žilina 01026

e-mail: ladislav.maris@uniza.sk
