
Uplatnenie plánovaného experimentu počas realizácie Kudovej skúšky

Bohdan Savytskyi, Bc.

Materiálovotechnologická fakulta STU so sídlom v Trnave,
Slovenská technická univerzita v Bratislave,
Jána Bottu 2781/25, 917 24 Trnava
E-mail: xsavytskyi@stuba.sk

Jozef Bilik, doc. Ing., PhD.*

Katedra tvárnenia kovov a plastov, Ústav výrobných technológií
Materiálovotechnologická fakulta STU so sídlom v Trnave,
Slovenská technická univerzita v Bratislave,
Jána Bottu 2781/25, 917 24 Trnava, Slovenská republika.
E-mail: jozef.bilik@stuba.sk

Janette Kotianová, PaedDr., PhD.

Katedra aplikovanej matematiky, Ústav aplikovanej informatiky, automatizácie a mechatroniky,
Materiálovotechnologická fakulta STU so sídlom v Trnave,
Slovenská technická univerzita,
Jána Bottu 2781/25, 917 24 Trnava.
E-mail: janette.kotianova@stuba.sk

Application of the planned experiment during the implementation of the Kudo test

Abstract: This research is concerned with the application of a *Design of Experiments (DOE)* during the execution of the *Kudo* test, focusing on the analysis of the influence of three factors: relative transformation, compression speed and range of forces. The aim is to compare their effect and identify their interdependence and potential influence on the progress of the test. Based on a detailed review of the available literature and an analysis of scientific databases such as *Web of Science*, *Science Direct*, *Springer Link* and *ResearchGate*, no relevant studies addressing this issue were found. Therefore, this research focuses on the design of an experimental approach and its possible application in practice. The findings may contribute to the optimization of test parameters and to the extension of knowledge in the field of mechanical testing of materials.

Keywords: *Kudo* test, *DOE - Design of Experiments*, *FFE - Full Factorial Experiment*, relative transformation, compression speed, range of forces.

ÚVOD

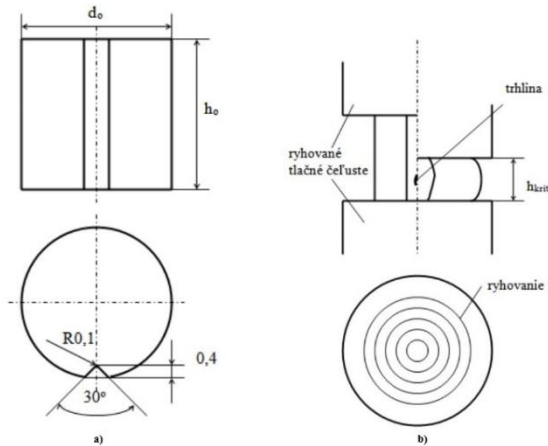
Kudova skúška je technologická skúška používaná na hodnotenie objemovej tváriteľnosti materiálov za studena. Pri tejto skúške sa valcová vzorka (obr. 1a) umiestni medzi dve rovnobežné čeluste s ryhovaným povrchom a postupne sa stláča (obr. 1b). Ryhované čeluste zabezpečujú pevné uchopenie vzorky a znižujú riziko jej nekontrolovaného vybočenia počas deformácie. Pri *Kudovej skúške* dochádza k plastickej deformácii materiálu, ktorá pokračuje až do jeho porušenia. Výsledky skúšky umožňujú určiť mechanické vlastnosti materiálu, ako je jeho schopnosť deformácie a odolnosť voči porušeniu pri tvárnení za studena. *Kudova skúška* sa často používa na hodnotenie materiálov, ktoré sú určené na tvárnenie za studena. Pomocou tejto skúšky je

možné získať cenné informácie o plastických vlastnostiach materiálov, ako je ich tváriteľnosť, pevnosť a schopnosť absorbovať deformácie bez porušenia [1].

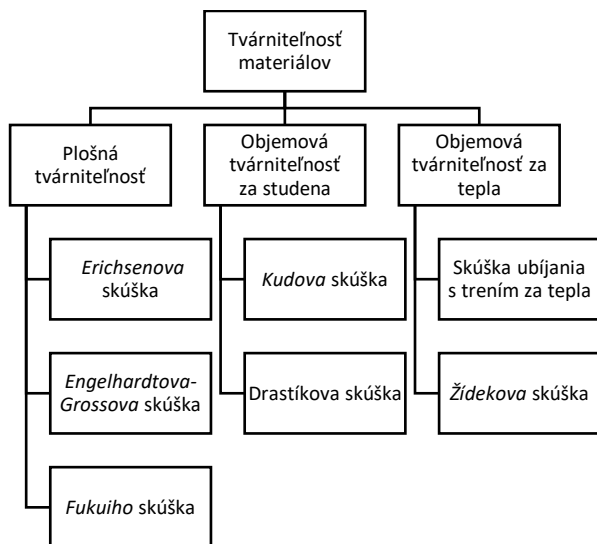
Tieto informácie sú kľúčové pri vývoji nových materiálov a optimalizácii výrobných procesov, kde je potrebné zabezpečiť vysokú kvalitu a efektívnosť pri spracovaní materiálov za studena.

Kudova skúška patrí k hodnoteniu tváriteľnosti materiálov a je zaradená medzi skúšky na hodnotenie objemovej tváriteľnosti za studena. Táto skúška sa využíva na určenie schopnosti materiálov podstúpiť plasticke deformácie bez porušenia pri spracovaní za studena. Na obr. 2 je znázornené celkové rozdelenie metód, ktoré umožňujú hodnotiť tváriteľnosť materiálov. Tento rozdelený systém

zahŕňa rôzne skúšky a metódy na posúdenie tvárniteľnosti materiálov pri rôznych podmienkach, čím sa poskytuje komplexný pohľad na mechanické vlastnosti materiálov v procese tvárnenia [1].



Obr. 1. a) Tvar a rozmery skúšobnej vzorky, b) princíp Kudovej skúšky [1]



Obr. 2. Rozdelenie metód hodnotenia tvárniteľnosti materiálov

Úplný faktorový experiment (FFE - Full Factorial Experiment) je experimentálny dizajn, ktorý umožňuje skúmať všetky možné kombinácie úrovní rôznych parametrov procesu. Využíva sa na analýzu vplyvu viacerých faktorov na výsledok experimentu, pričom každý faktor sa testuje pri všetkých možných úrovniach. Táto metóda je užitočná nielen na identifikáciu účinkov jednotlivých faktorov, ale aj ich vzájomných interakcií, ktoré môžu mať výrazný vplyv na výsledky experimentu, a tým prispieť k optimalizácii procesu [2].

Naplánovanie FFE typu n^k znamená určiť rôzne experimentálne podmienky, v ktorých sa merania uskutočnia. V tomto prípade je n počet úrovní faktorov a k počet faktorov. Interval každej premennej sa delí na $n-1$ podintervalov rovnakej dĺžky. Experiment sa vykonáva v n^k rôznych bodoch, ktoré predstavujú všetky možné kombinácie úrovní

faktorov. Okrem toho sa v každom naplánovanom bode vykoná m meraní. Po realizácii experimentu sa získa celkový počet meraní, ktorý sa rovná $m \cdot n^k$, čo predstavuje kompletný súbor údajov potrebný na štatistickú analýzu a vyhodnotenie vzťahov medzi faktormi a odozvami v experimente [3].

1 EXPERIMENT

1.1 Plánovanie experimentu

Pre porovnanie výsledkov z dvoch rôznych tlakových skúšok bol zvolený materiál s priermi $\varnothing 10$ a $\varnothing 12$, ktorý mal chemické zloženie Al-Mg-Si0,5 (STN 424401, EN AW6060) v hmotnostných % (obr. 4).

Tab. 1. Chemické zloženie valcových skúšobných vzoriek (hm.%) [4]

Si	Mg	Fe	Cu	Mn	Cr	Zn	Ostatné
0,30	0,35	0,10	max.	max.	max.	max.	max.
až	až	až	0,10	0,10	0,05	0,15	0,15
0,60	0,60	0,30					

Design Summary

Factors: 3 Base Design: 3; 8
Runs: 20 Replicates: 2
Blocks: 1 Center pts (total): 4

Obr. 3. Sumarizácia všetkých naplánovaných nameraných hodnôt pre Kudovu skúšku

CenterPt	Blocks	pomerne pretvorenie	rychlost	rozsah sil	сила_10	сила_12	tlak_10	tlak_12
1	1	1	20	0,0010	3			
2	1	1	40	0,0010	3			
3	1	1	20	0,0100	3			
4	1	1	40	0,0100	3			
5	1	1	20	0,0010	5			
6	1	1	40	0,0010	5			
7	1	1	20	0,0100	5			
8	1	1	40	0,0100	5			
9	1	1	20	0,0010	3			
10	1	1	40	0,0010	3			
11	1	1	20	0,0100	3			
12	1	1	40	0,0100	3			
13	1	1	20	0,0010	5			
14	1	1	40	0,0010	5			
15	1	1	20	0,0100	5			
16	1	1	40	0,0100	5			
17	0	1	30	0,0055	4			
18	0	1	30	0,0055	4			
19	0	1	30	0,0055	4			
20	0	1	30	0,0055	4			

Obr. 4. Experimentálne body generované v softvéri Minitab pre jednotlivé faktory

Experiment bol navrhnutý s cieľom analyzovať vplyv rôznych faktorov na tvárniteľnosť materiálov pri spracovaní za studena. Na podrobnú analýzu a vizualizáciu experimentálnych dát bol použitý softvér Minitab, ktorý poskytol nástroje na efektívne vyhodnotenie výsledkov. Experiment sa zameriaval na tri faktory: pomerne pretvorenie, rýchlosť stláčania a rozsah sil. Tieto faktory boli testované pri dvoch replikáciách v každom bode a experiment zahŕňal aj štyri centrálné body (obr. 3). Celkový počet nameraných hodnôt pre každý druh vzoriek dosiahol hodnotu 20, čím sa dosiahol celkový počet 40 meraní.

Pre každý faktor bol stanovený jeho rozsah: pomerné pretvorenie v intervale 20 % až 40 %, rýchlosť stláčania od 0,001 mm·s⁻¹ do 0,01 mm·s⁻¹ a rozsah síl od 3 do 5. Na základe týchto hodnôt boli pomocou softvéru *Minitab* vygenerované experimentálne body, v ktorých bolo potrebné vykonať merania (obr. 4).

1.2 Realizácia plánovaného experimentu

Samostatná tlaková skúška bola realizovaná na trhacom zariadení *EU 40* (obr. 5), ktoré umožnilo presné hodnotenie objemovej tváriteľnosti materiálov za studena.



Obr. 5. Trhacie zariadenie *EU 40* použité pre realizáciu *Kudovej* skúšky



Obr. 6. Pripravené vzorky, očíslované od 1 po 20, so skúšobným valcom označeným bodkou slúžiacim na kalibráciu faktorov experimentu

Tento experiment sa vykonával pri rôznych parametroch, ako je pomerné pretvorenie, rýchlosť stláčania a rozsah síl. Výsledkom skúšky bola nameraná sila, na základe ktorej bol následne vypočítaný tlak pôsobiaci na materiál počas deformácie.

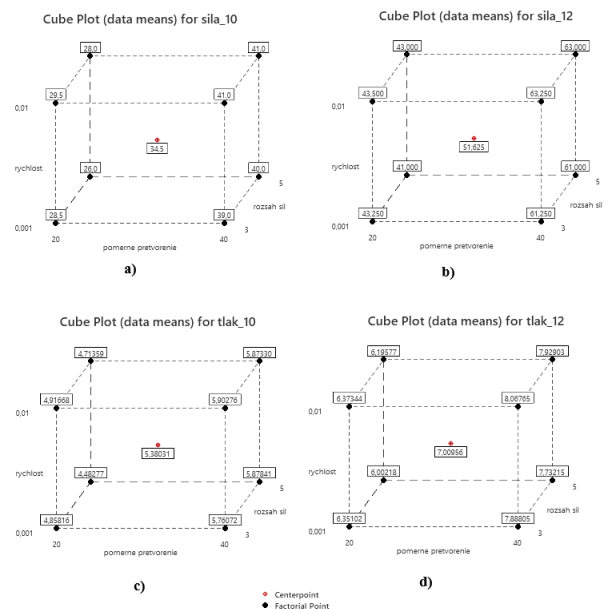
Pre lepšiu identifikáciu a vyhodnotenie výsledkov boli vzorky po realizácii skúšky očíslované od 1 po 20 (obr. 6). Na obr. 6 je znázornená skúšobná vzorka s bodkou, ktorá slúžila ako referenčný bod pre kalibráciu faktorov experimentu. Táto vzorka bola nevyhnutná pre správne nastavenie experimentálnych parametrov, čím sa zabezpečila presnosť pri realizácii skúšky.

1.3 Získané údaje

Následne boli získané údaje o sile a tlaku počas realizácie tlakovej skúšky (obr. 7).

	CenterPt	Blocks	pomerne pretvorenie	rýchlosť	rozsah síl	sila_10	sila_12	tlak_10	tlak_12
1	1	1	20	0,0010	3	27,5	43,0	4,73322	6,30499
2	1	1	40	0,0010	3	39,0	61,0	5,75221	7,84062
3	1	1	20	0,0100	3	29,5	44,0	4,90849	6,42336
4	1	1	40	0,0100	3	40,0	63,0	5,80552	8,07692
5	1	1	20	0,0010	5	26,0	40,0	4,49050	5,89971
6	1	1	40	0,0010	5	40,0	60,0	5,92593	7,56620
7	1	1	20	0,0100	5	26,0	42,0	4,45205	6,06061
8	1	1	40	0,0100	5	40,0	62,0	5,76369	7,87802
9	1	1	20	0,0010	3	29,5	43,5	4,98311	6,39706
10	1	1	40	0,0010	3	39,0	61,5	5,76923	7,93548
11	1	1	20	0,0100	3	29,5	43,0	4,92487	6,32353
12	1	1	40	0,0100	3	42,0	63,5	6,00000	8,05838
13	1	1	20	0,0010	5	26,0	42,0	4,47504	6,10465
14	1	1	40	0,0010	5	40,0	62,0	5,83090	7,89809
15	1	1	20	0,0100	5	30,0	44,0	4,97512	6,33094
16	1	1	40	0,0100	5	42,0	64,0	5,98291	7,98005
17	0	1	30	0,0055	4	34,0	52,0	5,27132	7,05563
18	0	1	30	0,0055	4	34,0	51,0	5,41401	6,91057
19	0	1	30	0,0055	4	35,0	51,5	5,41796	7,00680
20	0	1	30	0,0055	4	35,0	52,0	5,41796	7,06522

Obr. 7. Získané údaje o sile a vypočítanom tlaku počas realizácie tlakovej skúšky



Obr. 8. Kockové grafy hodnoty: a) sily pre $\phi 10$, b) sily pre $\phi 12$, c) tlaku pre $\phi 10$, d) tlaku pre $\phi 12$

Tlak, ktorý objektívnejšie popisuje správanie materiálu pri deformácii, bol vypočítaný na základe nameranej sily a pomocou rovnice (1). Tento výpočet umožnil získať presnejší pohľad na vplyv aplikovaného tlaku na materiál počas jeho tvárnenia:

$$p = \frac{F}{S} \text{ [MPa]}, \quad (1)$$

kde p - tlak [MPa],

S - plocha (prierez po stlačení) [mm²],

F - nameraná sila realizácie skúšky [kN].

Obrázok 8 znázorňuje *Cube Plot* vizualizácie zo softvéru *Minitab*, ktoré zobrazujú priemerné hodnoty sily a tlaku pri rôznych kombináciách faktorov. Čierne body predstavujú faktorové body, červený bod centrálne hodnoty. Obrázky a) a b) zobrazujú hodnoty sily pre vzorky $\phi 10$ mm a $\phi 12$ mm,

zatial' čo c) a d) znázorňujú tlak pre rovnaké priemery. Vizualizácia umožňuje lepšie pochopiť vplyv faktorov na získané výsledky.

1.4 Vyhodnotenie získaných údajov

1.4.1 Zhrnutie modelu

Na obr. 9 sú štyri tabuľky s názvom *Model Summary*, ktoré obsahujú štatistické ukazovatele kvality regresného modelu. Každá tabuľka obsahuje tieto hodnoty: *S* (štandardná reziduálna odchýlka) Vyjadruje priemernú veľkosť chýb (rezíduí) modelu. Nižšia hodnota znamená lepší model, pretože odhady sú presnejšie. *R-sq* (koeficient determinácie, R^2) vyjadruje, aká časť variability závislej premennej je vysvetlená nezávislými premennými v modeli. Vyššia hodnota znamená lepšie vysvetlenie variability dát. *R-sq(adj)* (upravený koeficient determinácie, *Adjusted R²*) Tento ukazovateľ upravuje hodnotu R^2 podľa počtu prediktorov v modeli. Oproti R^2 penalizuje nadbytočné premenné, ktoré neprinášajú významné informácie. *R-sq(pred)* (prediktívny koeficient determinácie, *Predicted R²*) vyjadruje schopnosť modelu predpovedať nové hodnoty. Ak je hodnota *R-sq(pred)* výrazne nižšia ako R^2 , znamená to, že model je pravdepodobne preučený (*overfitting*) [5].

Model Summary				Model Summary			
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)	S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
1,04722	97,41%	96,71%	94,91%	0,979610	99,25%	98,82%	97,55%
a)				b)			
Model Summary				Model Summary			
S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)	S	R-sq	R-sq(adj)	R-sq(pred)
0,145273	95,34%	92,63%	83,91%	0,114547	98,65%	97,86%	95,40%
c)				d)			

Obr. 9. Štatistické vyhodnotenie modelov pre sily a tlaky pri priemeroch $\varnothing 10$ a $\varnothing 12$

Na základe vyhodnotenia možno konštatovať, že tlak je objektívnejšia hodnota na opis závislostí. Tento odhad bol potvrdený aj číselnými hodnotami, pričom hodnoty štandardnej smerodajnej odchýlky (*S*) sú výrazne vyššie pri sile v porovnaní s tlakom. Konkrétne, pre priemer $\varnothing 10$ je $1,04722 > 0,145273$ a pre priemer $\varnothing 12$ je $0,979610 > 0,114547$. To naznačuje, že modely založené na tlaku majú menší rozptyl chýb a teda poskytujú presnejšie výsledky.

Zároveň možno pozorovať, že koeficient determinácie (R^2) je pri každom modeli vyšší ako 95 %, čo je dôkazom toho, že všetky vytvorené modely veľmi dobre vysvetľujú variabilitu nameraných dát. Tento fakt podporuje vysokú spoľahlivosť regresných modelov pri popise skúmaných závislostí.

Rozdiel medzi R^2 a $R^2(adj)$ je relatívne malý, čo naznačuje, že modely neobsahujú nadbytočné premenné, ktoré by mohli znižovať ich kvalitu.

Vysoké hodnoty $R^2(pred)$ taktiež potvrdzujú, že modely majú dobrú prediktívnu schopnosť.

Celkovo možno dospieť k záveru, že tlak je stabilnejší a presnejší parameter na opis závislostí, pričom modely vykazujú vysokú úroveň spoľahlivosti a presnosti.

1.4.2 Grafická analýza rezíduí

Residual Plots obsahuje štyri typy grafov:

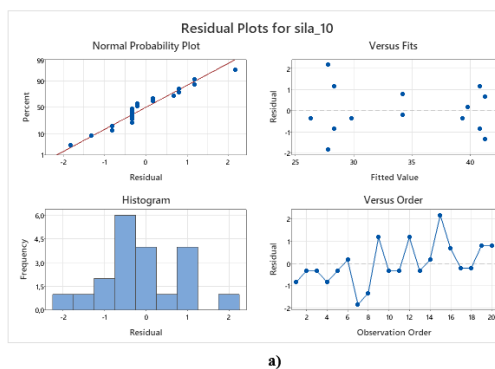
Normal Probability Plot - body rezíduí by mali ležať približne na priamke, čo by naznačovalo ich normálne rozdelenie údajov.

Versus Fits (reziduá vs. fitované hodnoty) - graf zobrazuje vzťah medzi reziduami a predikovanými hodnotami. Ideálne by mali byť body náhodne rozptýlené okolo nulovej čiary bez viditeľného vzorca.

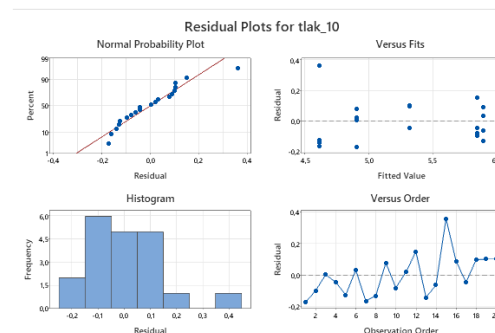
Histogram - zobrazuje rozdelenie početností rezíduí. Tvar by sa mal približovať normálnemu rozdeleniu so symetrickým rozložením okolo nuly.

Versus Order (reziduá v poradí pozorovaní) - graf zobrazuje reziduá v časovom poradí merania. Nemal by vykazovať žiadny systematický vzorec, čo by potvrdzovalo nezávislosť pozorovaní [6].

Pre $\varnothing 10$ pri sile model vykazuje určité nedostatky. Hoci reziduá sú približne normálne rozdelené, histogram naznačuje miernu asymetriu. Graf rezíduí v poradí pozorovaní je viditeľný systematický vzor, čo môže naznačovať autokoreláciu. Tieto faktory znižujú spoľahlivosť modelu (obr. 8a).



a)



b)

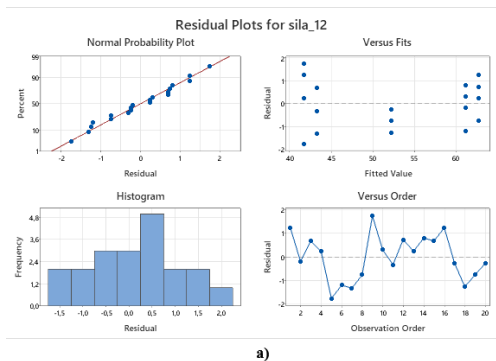
Obr. 10. Stabilita modelu pre: a) sila $\varnothing 10$, b) tlak $\varnothing 10$

Pre $\varnothing 10$ pri tlaku model vykazuje lepšie vlastnosti. Reziduá sú normálne rozdelené, histogram je vyvážený a rozptyl chýb je rovnomerný. Grafy

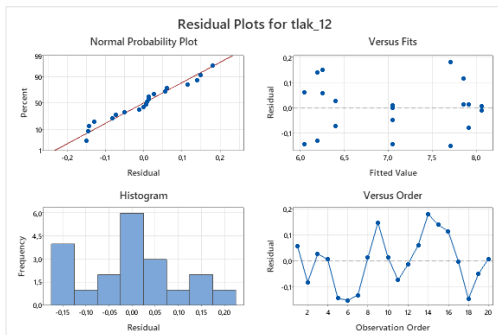
ukazujú náhodné rozloženie rezíduí bez systematických vzorov, čo naznačuje vyššiu stabilitu modelu. Celkovo poskytuje presnejšie výsledky a lepšie vystihuje skúmanú závislosť (obr. 8b).

Pre σ_{12} pri sile: model vykazuje určité nedostatky. Hoci reziduá vo všeobecnosti sledujú normálne rozdelenie, histogram naznačuje miernu odchýlku.

Graf rezíduí v poradí pozorovaní ukazuje systematický vzor, čo poukazuje na možnú autokoreláciu. Taktiež graf rezíduí verzus predpokladané hodnoty naznačuje neúplne vyrovnaný rozptyl, čo môže znížiť spoľahlivosť modelu (obr. 10a).



a)



b)

Obr. 11. Stabilita modelu pre: a) sila σ_{12} , b) tlak σ_{12}

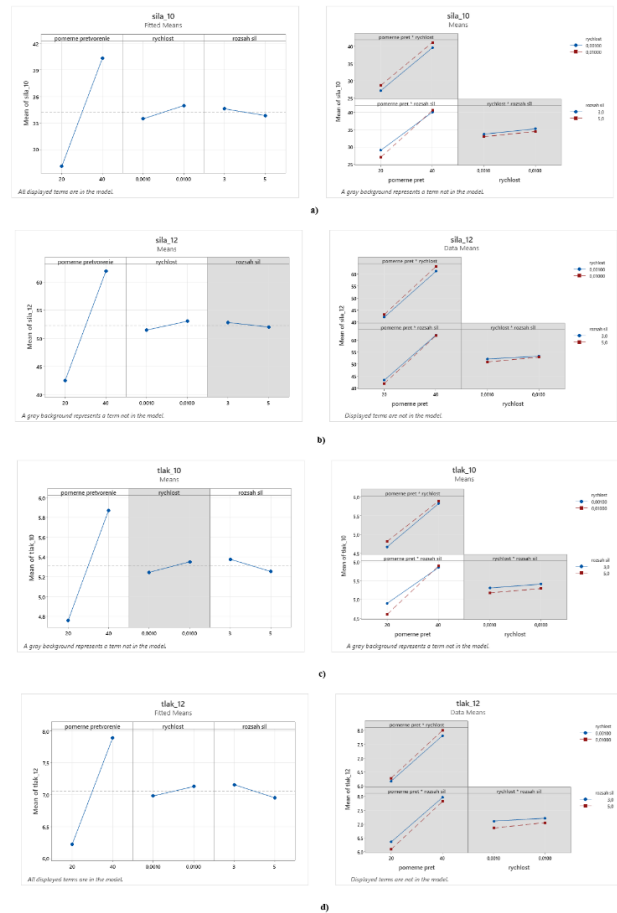
Pre σ_{12} pri tlaku: model má výrazne lepšie vlastnosti. Reziduá sú takmer perfektne normálne rozdelené, čo potvrdzuje aj histogram. Graf rezíduí podľa poradia pozorovaní neodhalil žiadny systematický vzor a rozptyl chýb je rovnomerný. Táto stabilita modelu naznačuje, že lepšie vystihuje skúmanú závislosť a poskytuje spoľahlivejšie výsledky (obr. 11b).

Modely pre σ_{10} a σ_{12} pri sile vykazujú určité nedostatky. Reziduá síce približne sledujú normálne rozdelenie, no histogramy naznačujú miernu asymetriu. Grafy rezíduí podľa poradia pozorovaní ukazujú systematické vzory, čo naznačuje možnú autokoreláciu a znižuje spoľahlivosť týchto modelov.

Naopak, modely pre σ_{10} a σ_{12} pri tlaku vykazujú lepšie vlastnosti. Reziduá sú normálne rozdelené, histogramy vyvážené a rozptyl chýb rovnomerný. Grafy neodhalili systematické vzory, čo naznačuje vysokú stabilitu. Modely pri tlaku sú preto presnejšie a vhodnejšie na popis skúmaných závislostí.

1.4.3 Grafy hlavných efektov a interakcii

Grafy zobrazujú vplyv jednotlivých faktorov a interakcie faktorov na výslednú premennú pri rôznych podmienkach. Sivé oblasti označujú faktory a interakcie, ktoré boli vylúčené z regresného modelu, pretože nepreukázali štatisticky významný vplyv [7].



a)

b)

c)

d)

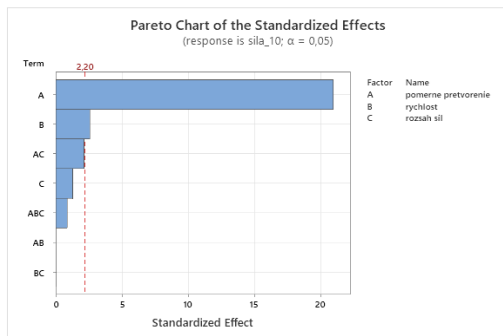
Obr. 12. Faktoriálne grafy pre σ_{10} a σ_{12} pri sile a tlaku

- σ_{10} pri sile (obr. 12a) a σ_{12} pri sile (obr. 12b): pri σ_{10} pri sile sa úsečky pretínajú, čo naznačuje prítomnosť interakcie medzi faktormi pretvorenie a rozsah síl. Táto interakcia ovplyvňuje výslednú hodnotu, čo naznačuje, že vplyv jedného faktora závisí od úrovne ostatných faktorov. Naopak, pri σ_{12} pri sile sú úsečky takmer rovnobežné, čo naznačuje, že medzi faktormi neexistuje významná interakcia.
- σ_{10} pri tlaku (obr. 12c) a σ_{12} pri tlaku (obr. 12d): Model pre σ_{10} pri tlaku ukazuje pretínanie úsečiek, čo naznačuje prítomnosť interakcie medzi faktormi pretvorenie a rozsah síl. Naopak, pri σ_{12} pri tlaku sú úsečky takmer rovnobežné, čo znamená, že interakcia medzi faktormi nie je prítomná a ich účinky sa prejavujú nezávisle.

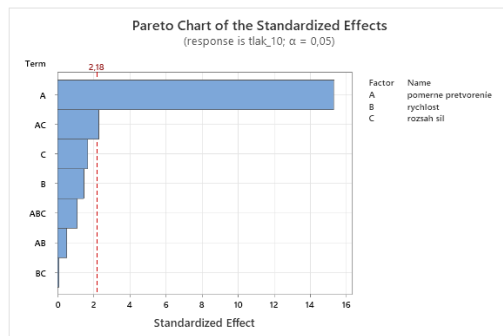
Celkovo možno konštatovať, že prítomnosť interakcie medzi faktormi je potvrdená pri σ_{10} pri sile a σ_{10} pri tlaku, zatiaľ čo pri σ_{12} pri sile a σ_{12} pri tlaku sa faktory prejavujú nezávisle.

1.4.4 Pareto graf štandardizovaných efektov

Pareto graf štandardizovaných efektov je štatistický nástroj používaný na identifikáciu najvýznamnejších faktorov ovplyvňujúcich výsledok experimentu. Na zvislej osi sú znázornené štandardizované efekty jednotlivých faktorov a ich interakcií, pričom sú zoradené zostupne podľa veľkosti ich vplyvu. Červená prerušovaná čiara predstavuje kritickú hodnotu, nad ktorou sú faktory považované za štatisticky významné. Faktory, ktoré túto hodnotu prekračujú, majú zásadný vplyv na sledovanú odpoveď, zatiaľ čo tie pod ňou sú menej dôležité alebo nevýznamné [8].



a)



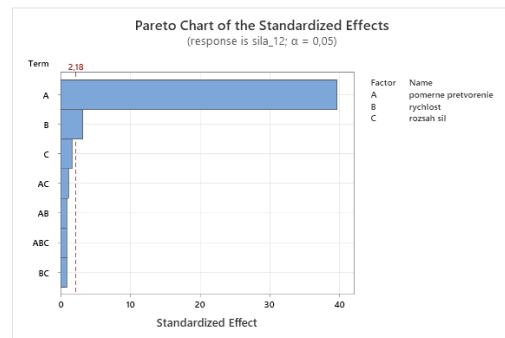
b)

Obr. 13. Pareto graf štandardizovaných efektov pre: a) sila $\varnothing 10$, b) tlak $\varnothing 10$

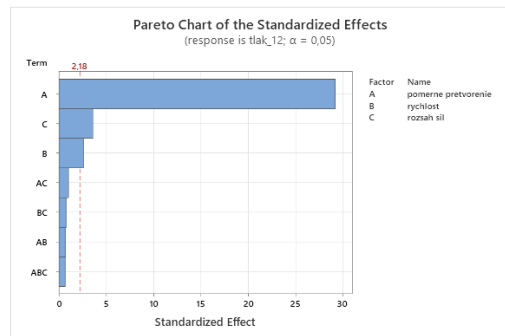
V experimente boli analyzované tri hlavné faktory: *A* - pomerné pretvorenie, *B* - rýchlosť stláčania, a *C* - rozsah síl. Okrem jednotlivých faktorov sú v grafoch prítomné aj interakcie druhého rádu: *AC*, *AB*, *BC*, ktoré vyjadrujú kombinovaný vplyv dvoch faktorov, a interakcia tretieho rádu: *ABC*, kde sa prejavuje súčasné pôsobenie všetkých troch faktorov.

Pre $\varnothing 10$ pri sile (obr. 13a) má najväčší vplyv faktor *A*, ktorý výrazne prevyšuje ostatné faktory. Faktor *B*, má menší, ale stále významný vplyv. Interakcia *AC*, sa nachádza na hranici štatistickej významnosti. Ostatné faktory a interakcie majú zanedbateľný efekt a neprekračujú kritickú hodnotu 2,20.

Pre $\varnothing 10$ pri tlaku (obr. 13b) je dominantný faktor *A*, pričom významnú úlohu zohráva aj interakcia *AC*. Ostatné faktory a interakcie nedosahujú kritickú hodnotu 2,18, a preto ich vplyv na výsledok možno považovať za nevýznamný.



a)



b)

Obr. 14. Pareto graf štandardizovaných efektov pre: a) sila $\varnothing 12$, b) tlak $\varnothing 12$

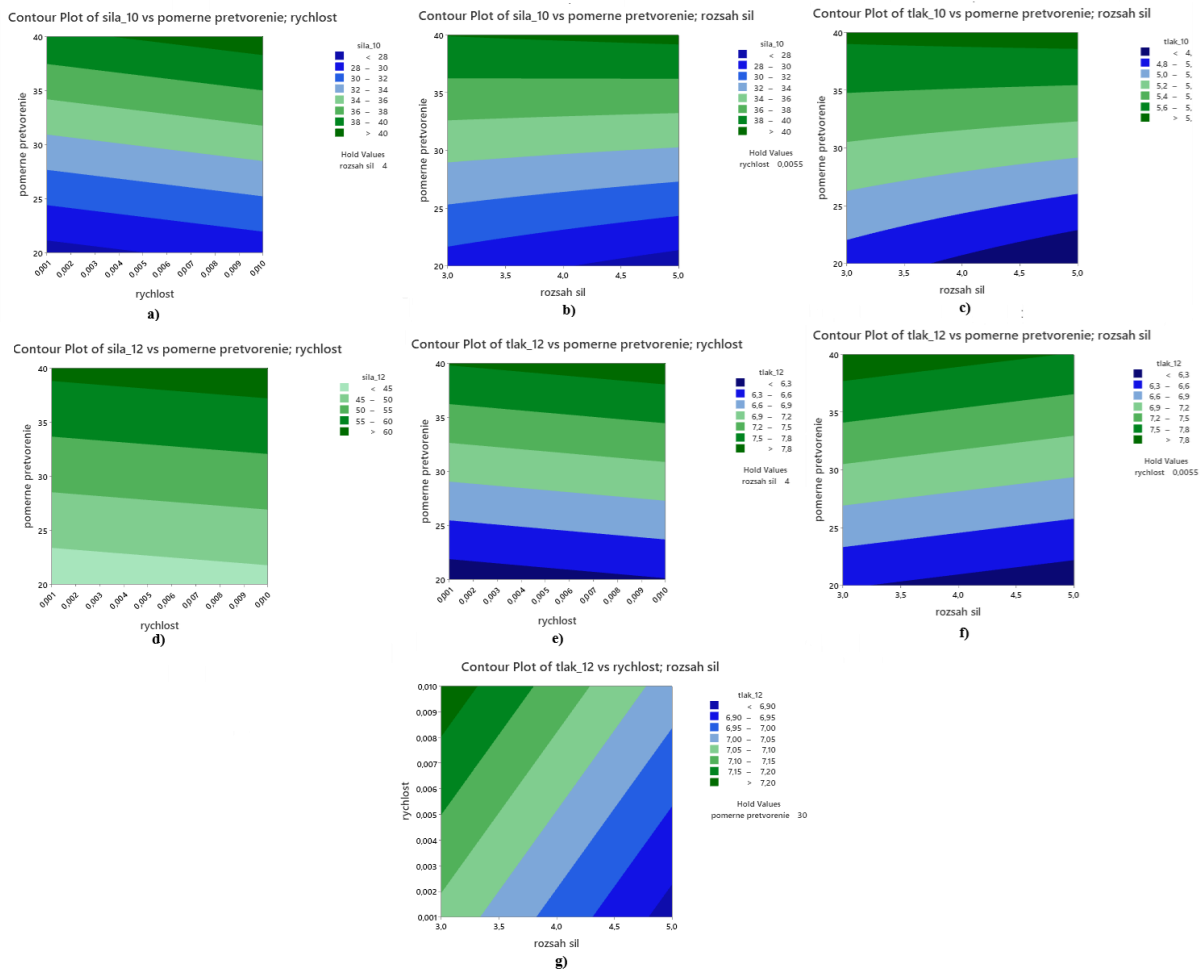
Pre $\varnothing 12$ pri sile (obr. 14a) má najväčší vplyv faktor *A*, pomerné pretvorenie, ktorý výrazne prevyšuje ostatné faktory. Faktor *B*, rýchlosť stláčania, má menší, ale stále významný vplyv. Ostatné faktory a interakcie, vrátane *AC*, *AB*, *ABC* a *BC*, neprekračujú kritickú hodnotu 2,18 a ich vplyv možno považovať za zanedbateľný.

Pre $\varnothing 12$ (obr. 14b) pri tlaku je dominantným faktorom opäť *A*, pomerné pretvorenie, pričom určitý vplyv má aj faktor *C*, rozsah síl. Ostatné faktory a interakcie, ako sú *B*, *AC*, *AB*, *BC* a *ABC*, nedosahujú kritickú hodnotu 2,18, a preto ich vplyv na výsledok možno považovať za nevýznamný.

Na základe dosiahnutých výsledkov možno konštatovať, že pre skúšobné vzorky $\varnothing 10$ a $\varnothing 12$ a sledované parametre: sila a tlak. Faktor *A* má dominantný vplyv na výsledky a výrazne prevyšuje ostatné faktory. Pri sile $\varnothing 10$ aj $\varnothing 12$ zohráva faktor *B*, sekundárnu, ale stále významnú úlohu. V prípade tlaku $\varnothing 10$ je interakcia *AC* na hranici významnosti, zatiaľ čo pri tlaku $\varnothing 12$ má určitý vplyv faktor *C*. Ostatné faktory a interakcie nedosahujú kritické hodnoty a ich vplyv na výsledok možno považovať za nevýznamný.

1.4.5 Vrstevníkové grafy

Vrstevníkové grafy predstavujú vizualizačnú metódu, ktorá zobrazuje trojrozmerné údaje na dvojrozmernej rovine pomocou *izolinií*, ktoré spájajú body so zhodnými hodnotami závislej premennej. Táto technika umožňuje identifikovať oblasti s podobnými charakteristikami, ale aj optimalizovať



Obr. 15. Vrstevnicové grafy interakcií faktorov A, B a C

experimentálne podmienky tým, že ukazuje optimálne hodnoty vstupných premenných, kde sa závislá premenná maximalizuje alebo minimalizuje [9].

V našom prípade sme pre interpretáciu výsledkov zvolili rezy vrstevnicových grafov na základe štatisticky významných faktorov a interakcií, ktoré boli identifikované pomocou *Pareto grafu* standardizovaných efektov.

Pri nastavovaní fixných hodnôt (*hold values*) sme využili stredné hodnoty príslušných rozsahov, čím sme zabezpečili jednotný prístup k analýze. Napríklad, pre faktor A, ktorý predstavuje pomerne pretvorenie, sme vybrali strednú hodnotu 30, pričom rozsah bol stanovený od 20 do 40. Podobne, pre faktor B, definovaný ako rýchlosť stláčania, sme zvolili hodnotu 0,0055 v intervale od 0,001 do 0,01 a pre rozsah síl sme určili hodnotu 4 s rozsahom od 3 do 5.

Pri $\phi 10$ vrstevnicové grafy naznačujú, že pri interakcii faktorov A a B dochádza k poklesu sily pri nižšej rýchlosti a väčšom pretvorení. Tento jav sa prejavuje poklesom hodnoty výslednej sily. Naopak, pri vyššej rýchlosti a menšom pretvorení sa sila výrazne zvyšuje (obr. 15a).

Pri interakcii medzi A a C je viditeľné, že pri väčšom pretvorení a menšej sile je výsledný parameter nižší. Tento trend sa obracia v situáciách s menším pretvorením a väčšou silou, kedy dochádza k nárastu výsledných veličín (obr. 15b a obr. 15c).

Pri $\phi 12$ interakcie AB (obr. 15d a obr. 15e) ukazujú, že nižšia rýchlosť a väčšie pretvorenie spôsobujú pokles sily aj tlaku. Opačne, pri vyššej rýchlosti a menšom pretvorení obe hodnoty narastajú.

V interakcii medzi A a C (obr. 15f) tlak klesá, keď dochádza k väčšiemu pretvoreníu a menšej sile. Naopak, nárast tlaku je zaznamenaný pri menšom pretvorení a väčšej sile.

Interakcia medzi B a C (obr. 15g) potvrdzuje, že tlak stúpa so zvyšujúcou sa rýchlosťou a silou súčasne. Tento jav zdôrazňuje význam rovnováhy medzi týmito dvoma faktormi pri riadení tlaku počas procesu.

1.4.6 Regresná rovnica v pôvodných jednotkách

Výstupom viacnásobnej regresie je získanie regresného modelu, ktorý vyjadruje závislosť odozvy od viacerých zvolených nezávislých premenných. Regresná rovnica v nekódovaných jednotkách opisuje

vzťah medzi odozvou a premennými v pôvodných jednotkách. Kódované hodnoty vstupov, ktoré boli použité pri analýze ANOVA sú spätne vyjadrené v pôvodne meraných jednotkách [10].

Hlavným prínosom je schopnosť predikcie výstupov na základe vstupných hodnôt, čím umožňuje optimalizáciu procesov, zlepšovanie rozhodovania a efektívnejšie riadenie systémov [11].

Štatistickou analýzou nameraných hodnôt odozvy boli po vylúčení *nesignifikantných* členov získané rovnice regresných modelov:

$$\text{Sila pre } \phi_{10} = 23,91 + 0,363 \cdot A + 166,7 \cdot B - 2,250 \cdot C + 0,0625 \cdot A \cdot C, \quad (2)$$

$$\text{Tlak pre } \phi_{10} = 22,139 + 0,9719 \cdot A + 173,6 \cdot B, \quad (3)$$

$$\text{Sila pre } \phi_{12} = 4,893 + 0,0222 \cdot A - 0,311 \cdot C + 0,00833 \cdot A \cdot C, \quad (4)$$

$$\text{Tlak pre } \phi_{12} = 4,865 + 0,08368 \cdot A + 16,46 \cdot B - 0,1026 \cdot C. \quad (5)$$

ZÁVER

Po prvé, je možné konštatovať, že výsledky experimentu potvrdili, že *FFE* je efektívnou metódou na analýzu vzťahov medzi faktormi a ich interakcií pri skúmaní síl a tlakov pri tlakovej skúške. Grafy hlavných účinkov a interakcií a *Pareto analýza* jasne ukázali, že v niektorých prípadoch sa faktory prejavujú samostatne, zatiaľ čo v iných dochádza k interakcii.

Oproti sile je tlak objektívnejšou hodnotou na popis tlakovej skúšky, pretože hodnoty *S* v *Model Summary* ukazujú nižšiu variabilitu modelu s tlakom. Navyše, *Residual Plots* naznačujú lepšiu distribúciu zvyškov, čo znamená, že model s tlakom vykazuje menšiu systematickú chybu a lepšiu prediktívnu schopnosť v porovnaní so silou.

Uvedené rovnice regresných modelov (2, 3, 4, 5) spĺňajú podmienku hierarchie. Analytické vyjadrenie závislostí odozvy od skúmaných faktorov môže byť použité na predikciu hodnôt odozvy (sily a tlaku). V prípade potreby rovnice regresných modelov slúžia na účely nájdenia konkrétnej hodnoty optimálneho riešenia, t. j. vieme nastaviť úroveň sledovaných faktorov tak, aby sledovaná odozva spĺňala požadované hodnoty optima.

Celkovo možno konštatovať, že uplatnenie plánovaného experimentu počas realizácie tlakovej skúšky prinieslo cenné poznatky a poskytlo pevný základ pre ďalší výskum v oblasti tvárnenia a *FFE*. Budúce experimenty by mohli nadviazať na tieto zistenia a rozšíriť *Kudovu skúšku* o ďalšie faktory alebo kombinácie parametrov. Overenie získaných výsledkov pomocou alternatívnych experimentálnych metód alebo pokročilých simulačných techník by zároveň zvýšilo spoľahlivosť záverov tejto štúdie.

Pod'akovanie

Túto prácu podporila Slovenská kultúrno-vzdelávacia grantová agentúra KEGA v rámci projektu č.009STU-4/2023. Taktiež článok vznikol s podporou grantovej úlohy KEGA 026STU-4/2023.

LITERATÚRA

[1] BÍLIK, J. - KAPUSTOVÁ, M. - RIDZOŇ, M. (2015): *Teória tvárnenia/Theory of Forming*. Trnava: Materiálovotechnologická fakulta STU, ISBN 978-80-8096-215-9.

[2] PRESNELL, M. L. - PAIK, H. Y. (2023): *Design of Experiments for Engineers and Scientists* (Third Edition) Názov kapitoly: "Full factorial designs", s. 65-87, ISBN 978-0-443-15173-6. Dostupné na internete:

<https://www.sciencedirect.com/book/9780443151736/design-of-experiments-for-engineers-and-scientists>

[3] TÓTHOVÁ, M. - KOTIANOVÁ, J. (2015): *Matematické metódy plánovania a vyhodnocovania experimentu*. Materiálovotechnologická fakulta STU, Trnava, ISBN 978-80-8096-227-2.

[4] ATREON (2025): [cit. 2025-02-04] <https://www.atreon.sk/zliatina-en-aw-6060/>

[5] MINITAB SUPPORT (2024): [cit. 2025-02-04] <https://support.minitab.com/en-us/minitab/help-and-how-to/statistical-modeling/regression/how-to/fit-regression-model/interpret-the-results/all-statistics-and-graphs/model-summary-table/>

[6] THE PENNSYLVANIA STATE UNIVERSITY (2018): [cit. 2025-02-04] <https://online.stat.psu.edu/stat462/node/227/>

[7] FIDELIS, C. L. B. et al. (2023): *Mesoporous Silica Decorated with Silver Nanoparticles – An Investigation of the Radiolytic Synthesis Parameters Through Factorial Experiments*. In: *Química Nova*, DOI: 10.21577/0100-4042.20170969. https://www.researchgate.net/figure/Minitab-factorial-design-plots-A-Pareto-Chart-B-Normal-Plot-C-Main-Effect-Plot-and_fig3_366769334

[8] MONTGOMERY, D. C. (2016): *Design and Analysis of Experiments*. New York: Wiley, ISBN-13: 978-1118-14692-7.

[9] KENETT, R. S. - ZACKS, S. - AMBERTI, D. (2014): *Modern Industrial Statistics with applications in R, MINITAB and JMP*. *Modern Industrial Statistics*. Wiley, ISBN: 978-1-118-45606-4.

[10] BERGER, P. D. - MAURER, R. E. - CELLI, G. B. (2018): *Experimental Design With Applications in Management, Engineering, and the Sciences*. Springer, ISBN 978-3-319-64583-4.

[11] TOŠENOVSKÝ, J. (2012): *Plánování experimentu*. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, ISBN 978-80-248-2592-2.