
Matematický model pohonnej sústavy koľajového vozidla

Ján Dižo, doc. Ing., PhD.*

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,
Žilinská univerzita v Žiline,
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.
E-mail: jan.dizo@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2560

Miroslav Blatnický, doc. Ing., PhD.

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,
Žilinská univerzita v Žiline,
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.
E-mail: miroslav.blatnický@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2659

Vadym Ishchuk, Ing.

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,
Žilinská univerzita v Žiline,
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.
E-mail: vadym.ishchuk@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2563

Denis Molnár, Ing.

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,
Žilinská univerzita v Žiline,
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.
E-mail: denis.molnar@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2659

Sebastián Solčanský, Ing., PhD.

Katedra dopravnej a manipulačnej techniky, Strojnícka fakulta,
Žilinská univerzita v Žiline,
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina.
E-mail: sebastian.solcansky@fstroj.uniza.sk, Tel.: + 421 41 513 2563

A mathematical model of a rail vehicle drivetrain

Abstract: The presented research is aimed at the derivation of a mathematical model of diesel-mechanical drivetrain of a rail vehicle. It is derived by means of the *Lagrange's equations of the second kind*. The derived mathematical model allows to understand the essential principle of the derivation of the mathematical model of the diesel-mechanical drivetrain of a rail vehicle, an application of the numerical mathematical methods for the solving the equations of motion and for evaluation of the wanted outputs quantities, such as waveforms of revolutions and torques of shafts and others.

Keywords: a rail vehicle, a mathematical model, a drivetrain, *Matlab*

ÚVOD

V súčasnosti je možné dopravné prostriedky koľajovej dopravy rozdeliť do dvoch hlavných skupín v závislosti od zdroja energie. Aj keď sú koľajové vozidlá závislej trakcie čoraz obľúbenejšie a mnohé európske krajiny sa z nich snažia stavať nové a nové trate, nedokážu fungovať vo všetkých kútoch krajiny [1, 2]. Sú regióny, kde sa výstavba trate s elektrickou sieťou neoplatí, je príliš náročná alebo existujú iné dôvody, prečo by sa elektrická sieť pre elektrické

koľajové vozidlá nemala rozširovať [3, 4]. Samostatné koľajové vozidlá sú v súčasnosti známe najmä ako vlakové jednotky (obr. 1).

Predkladaný výskum je súčasťou komplexného projektového výskumu zameraného na skúmanie javov v pohonnej sústave železničnej jednotky pri zmene výkonových pomerov. Hlavným cieľom je odvodiť výpočtový model pohonnej sústavy železničnej vlakovéj jednotky. Napriek tomu, že diesel-mechanický prevodový systém s pružnou

spojkou alebo s trecou lamelovou spojkou je v súčasnosti jedným z najstarších prevodových systémov, odvodenie činnosti jeho prevodového systému vyžaduje pochopenie základov používaných metód. Prezentácia dosiahnutých poznatkov preto ponúka vedcom a výskumníkom možnosť vidieť uvažovaný postup ďalších aktivít, ktoré povedú k vytvoreniu celej železničnej vlakovej jednotky s moderným a ekologickým prenosom výkonu.



Obr. 1. Príklad DM jednotky produkcie slovenského výrobcu

1 ODVODENIE MATEMATICKÉHO MODELU

Hlavným cieľom je vytvorenie matematického modelu pohonnej sústavy železničného vozidla. Dieselový motor, ktorý je zdrojom energie, môže byť umiestnený nad rámom alebo je umiestnený pod podlahou. Riadiaca stanica môže byť na oboch koncoch, na jednom konci alebo v samostatnom vozni. Naftové viac-vožňové jednotky (DMU) sa zvyčajne klasifikujú podľa toho, akým spôsobom sa hnacia sila prenáša na ich kolesá. V prípade dieselového mechanického združeného agregátu (DMMU) sa mechanická energia motora prenáša na kolesá pomocou prevodovky a hnacieho hriadeľa. Je to podobný systém ako v cestnom vozidle. Vo väčšine aplikácií sa prevody menia pomocou automatického prevodového systému [5-7].

Matematický model pohonnej sústavy obsahuje pohybové rovnice. Z matematického hľadiska sú to diferenciálne rovnice a odvodzujú sa vhodnou metódou. V našom prípade sa ako vhodná metóda javí metóda *Lagrangeových rovníc druhého druhu*. Všeobecný tvar *Lagrangeových rovníc druhého druhu* je nasledujúci:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_d}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i, \quad i=1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

kde E_k je kinetická energia sústavy,

E_d je disipatívna energia sústavy,

E_p je potenciálna energia sústavy,

q_i sú zovšeobecnené súradnice sústavy,

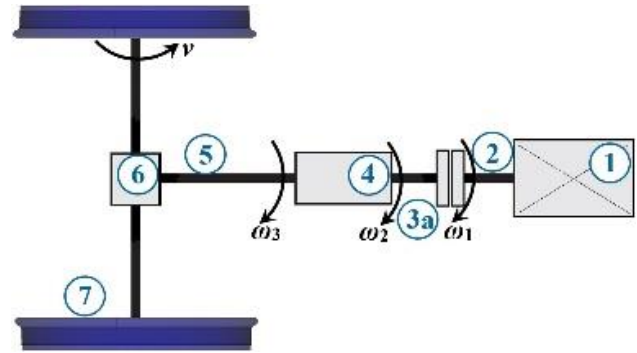
\dot{q}_i sú zovšeobecnené rýchlosti,

Q_i reprezentuje zaťaženie sústavy,

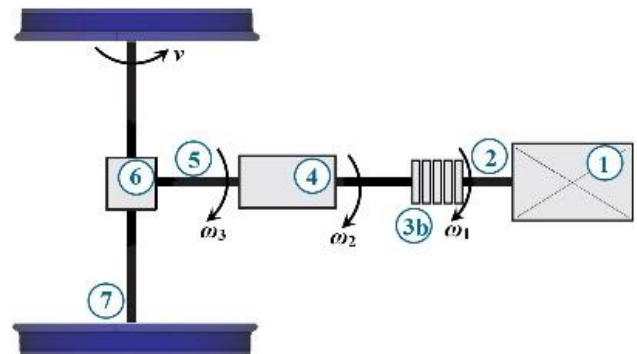
n je počet stupňov voľnosti sústavy ($^{\circ}V$).

Zjednodušenú schému mechanického systému diesel-mechanickej pohonnej sústavy s pružnou spojkou je možné vidieť na obr. 2. Pozostáva z relatívne samostatných komponentov ako sú: motor (1), kľukový hriadeľ (2), pružná spojka (3a), prevodovku

(4), výstupný hriadeľ (5), rozdeľovaciu prevodovku (6) a hnané dvojkolesie (7).



Obr. 2. Zjednodušená schéma hnacej sústavy s pružnou spojkou



Obr. 3. Zjednodušená schéma hnacej sústavy s trecou lamelovou spojkou

Všetky komponenty sa považujú za tuhé okrem spojky. To znamená, že tento mechanický systém je opísaný pomocou dvoch zovšeobecnených súradníc. K relatívnemu pohybu dochádza práve v pružnej spojke [8]. Zovšeobecnené súradnice sú uhly natočenia vstupného hriadeľa spojky φ_1 a výstupného hriadeľa spojky φ_2 . Uhol natočenia φ_3 je súradnica, ktorá sa vzťahuje na výstupný hriadeľ prevodovky. Mechanický systém má teda dva stupne voľnosti ($2^{\circ}V$) a tieto nezávislé uhlové pohyby sú opísané súradnicami φ_1 a φ_2 . Keď vezmeme do úvahy zjednodušenú schému hnacieho ústrojenstva, potrebné energie na odvodenie pohybových rovníc sú nasledovné:

- kinetická energia:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot (I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + I_3 \cdot \dot{\varphi}_3^2 + m_c \cdot v^2) = \frac{1}{2} \cdot \left[I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \left(I_2 + \frac{I_3}{i_c^2} + \frac{m_c \cdot R^2}{i_c^2} \right) \cdot \dot{\varphi}_2^2 \right] \quad (2)$$

kde I_1 , I_2 a I_3 a momenty zotrvačnosti komponentov systému, ktorý sa pohybuje rýchlosťou otáčania $\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_2$, $\dot{\varphi}_3$

m_c je celková hmotnosť vozidla,

R je priemer kolesa

i_c je celkový prevodový pomer prevodového systému, pričom $i_c = i_{pa} \cdot i_{pr}$, kde i_{pa} je prevodový

pomer aktívneho stupňa a i_{pr} je prevodový pomer rozdeľovacej prevodovky,

- disipatívna energia:

$$E_d = \frac{1}{2} \cdot (b_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + b_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2), \quad (3)$$

kde b_1, b_2 sú súčinitele viskózných strát,

- potenciálna energia:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)^2, \quad (4)$$

kde k je súčiniteľ torznej tuhosti spojky a uvažujeme, že $\varphi_2 > \varphi_1$.

Je potrebné poznamenať, že sa uvažuje rovnaká obvodová rýchlosť kolesa ako má vozidlo v ťažisku, t. j. nedochádza k deformáciám kolesa a ani k jeho preklzu. Ďalej rovnica 2 ukazuje vyjadrenie ďalších súradníc alebo kinematických veličín, t. j. φ_3 a v pomocou definovaných zovšeobecnených súradníc φ_1 a φ_2 . Platia teda nasledujúce vzťahy:

$$\frac{\dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_3} = i_c \quad \Rightarrow \quad \dot{\varphi}_3 = \frac{\dot{\varphi}_2}{i_c} \quad (5)$$

$$v = R \cdot \dot{\varphi}_3 \quad \Rightarrow \quad v = R \cdot \frac{\dot{\varphi}_2}{i_c}.$$

Pravá strana rovnice 1 zahŕňa vonkajšie zaťaženia systému. V našom prípade sú tieto zaťaženia dané momentmi pôsobiacimi na jednotlivé komponenty. Kľukový hriadeľ je zaťažený hnacím momentom motora M_k a výstupný hriadeľ z prevodovky je zaťažený momentom odporov M_r . Hoci moment M_r pôsobí na súčiastku (6), mal by byť premenený aj na hriadeľ (3a), teda súčiastke otáčajúcej sa uhlovou rýchlosťou $\dot{\varphi}_2 = \omega_2$. Po výpočte odvodenia jednotlivých energií a zohľadnení opísaných predpokladov je výsledný matematický model diesel-mechanického prenosu výkonu železničného vozidla s pružnou spojkou:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + b_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + k \cdot \varphi_1 - k \cdot \varphi_2 &= M_k \\ \left(I_2 + \frac{I_3}{i_c^2} + \frac{m_c \cdot R^2}{i_c^2} \right) \cdot \ddot{\varphi}_2 + b_2 \cdot \dot{\varphi}_2 - k \cdot \varphi_1 + k \cdot \varphi_2 &= -M_r \end{aligned} \quad (6)$$

alebo v maticovej forme:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 + \frac{I_3}{i_c^2} + \frac{m_c \cdot R^2}{i_c^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_k \\ -M_r \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Prevodový systém s trecou lamelovou spojkou je znázornený na obr. 3. V tomto prípade je trecí moment v systéme uvažovaný nasledovne:

$$M_f = S \cdot p \cdot f \cdot N \cdot R_f, \quad (8)$$

kde S je plocha piestu spojky,

p je okamžitý tlak oleja,

f je koeficient trenia,

N je počet trecích dvojíc spojky,

R_f je stredný polomer lamiel spojky.

Určené energie systému, t. j. kinetická energia E_k (rov. 2), disipatívna energia E_d (rov. 4) a potenciálna energia E_p (rov. 5) pre systém s pružnou spojkou sú v princípe rovnaké pre systém s trecia lamelová spojka. Keď vezmeme do úvahy trecí moment M_f (rov. 8), systém pohybových rovníc je nasledujúci:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + b_1 \cdot \dot{\varphi}_1 + k \cdot \varphi_1 - k \cdot \varphi_2 &= M_k - M_f \\ \left(I_2 + \frac{I_3}{i_c^2} + \frac{m_c \cdot R^2}{i_c^2} \right) \cdot \ddot{\varphi}_2 + b_2 \cdot \dot{\varphi}_2 - k \cdot \varphi_1 + k \cdot \varphi_2 &= M_f - M_o \end{aligned} \quad (9)$$

alebo v maticovej forme:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 + \frac{I_3}{i_c^2} + \frac{m_c \cdot R^2}{i_c^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_k - M_f \\ M_f - M_o \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Výpočet odvodených pohybových rovníc systému s pružnou spojkou (rov. 7) a pohybových rovníc systému s trecou lamelovou spojkou sa vykonáva pomocou technického programovacieho jazyka Matlab [9, 10]. Vypočítali sme pohybové rovnice v časovej oblasti pre predpísané počiatkové podmienky. Pre oba zjednodušené modely sme zvažili nasledujúce začiatkové podmienky:

$$t = 0: \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 0; \quad \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0. \quad (11)$$

2 VÝSLEDKY A DISKUSIA

Ako už bolo uvedené vyššie, vytvorené matematické modely prevodového systému s pružnou spojkou (rov. 7) a prevodového systému s trecou lamelovou spojkou (rov. 10) sú riešené v časovej oblasti v programe *Matlab*.

Dosiahnuté výsledky sú zobrazené vo forme grafov, ktoré zobrazujú priebeh vybraných výstupných veličín. Obrázok 4 znázorňuje priebeh výstupných veličín diesel-mechanickej prevodovky s pružnou spojkou. Tento graf obsahuje päť kriviek, ktoré sú označené nasledovne: M_k – krútiaci moment motora, M_o – moment odporu, M_t – celkový moment zaťaženia, M_{pr} – moment pasívnych odporov, n_1 – otáčky kľukového hriadeľa 2 (obr. 2) a δ – relatívna výchylka oboch častí pružnej spojky.

Na ilustráciu výstupov bol zvolený časový interval 5 sekúnd. Moment M_o predstavuje jazdný odpor vozidla. Moment pasívnych odporov zahŕňa straty v ložiskách, ozubených kolesách a iných komponentoch (trenie, valivé a pod.). Ako je vidieť, moment motora stúpa z počiatkovej hodnoty približne 1500 Nm počas časového intervalu cca. 0,8 s. Spolu s

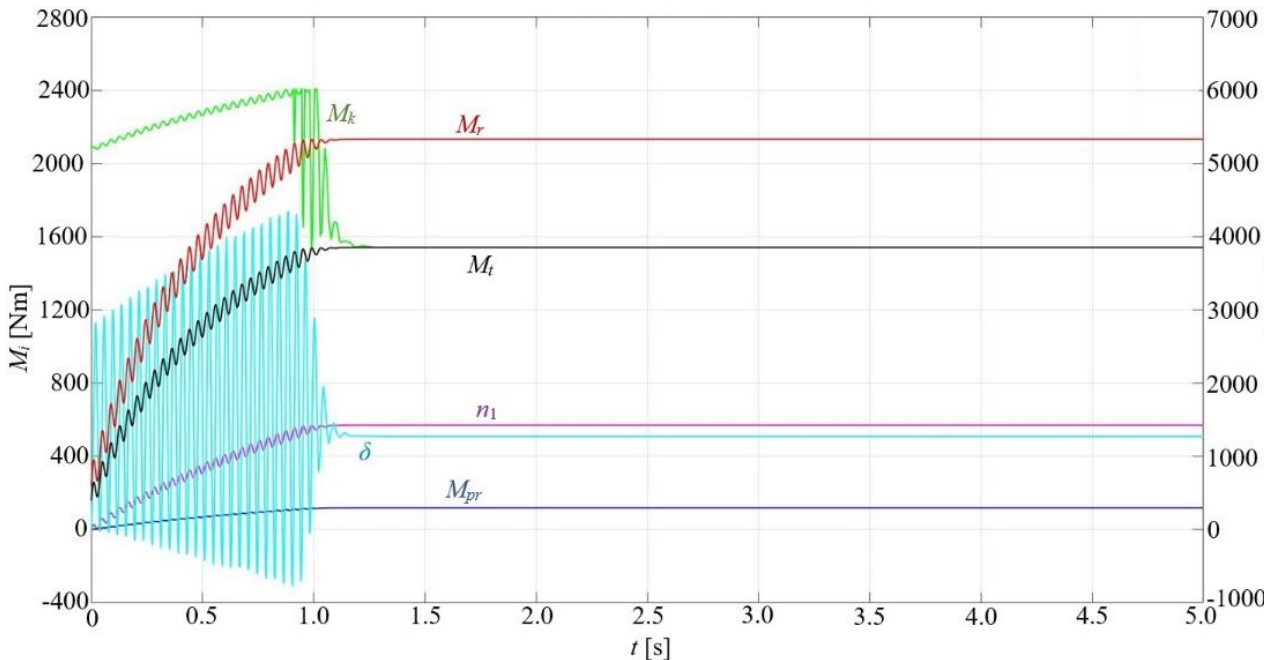
ním vyvoláva aj moment odporu M_o . Pri určitej hodnote týchto momentov sa dosiahne momentová rovnováha. Je to aplikácia po 1,15 s.

Po tomto čase sa dosiahne rovnováha mechanického systému prevodovky a hodnoty momentov a otáčok kľukového hriadeľa sú konštantné. Tento ustálený

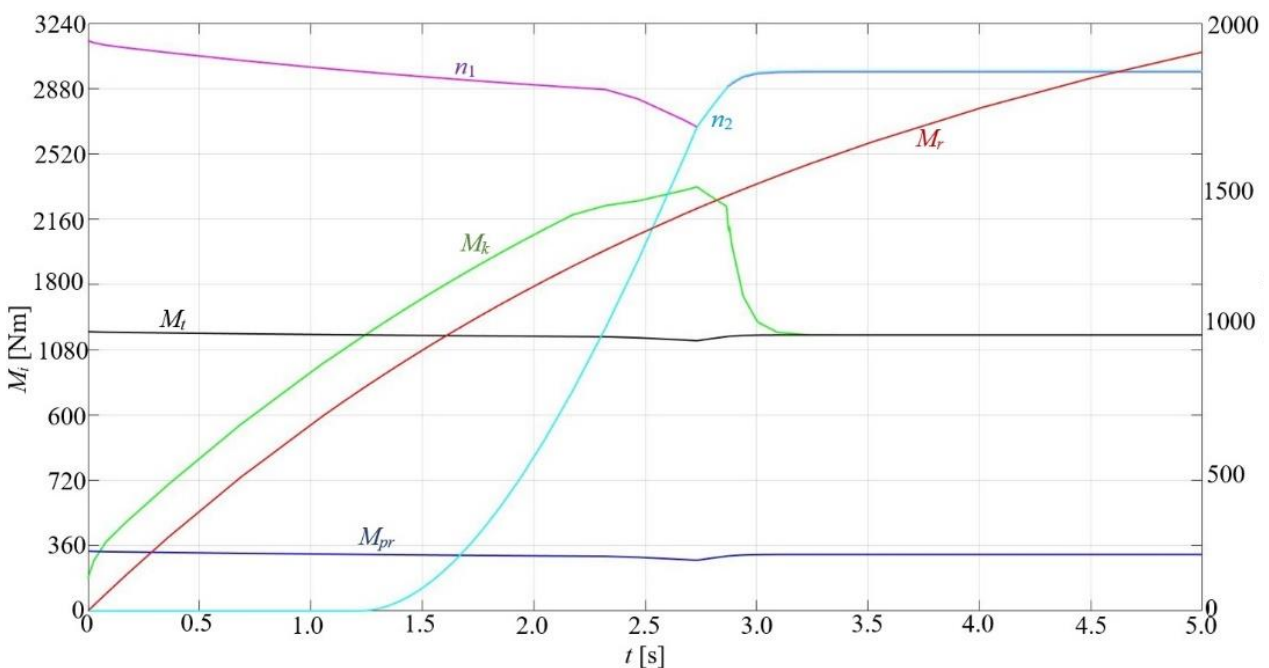
stav by bol narušený v prípade zmeny zaťaženia, napr. zmena jazdného odporu, teda zmena momentu M_r alebo M_t . Zaujímavým výstupom je relatívna výchylka pružných častí spojky (δ). Ako je vidieť, pri nevyváženom stave, ktorý zodpovedá nábehu mechanického systému prevodovky, sa tento uhol mení na hodnoty +/- . Je to spôsobené pružnosťou

spojky, ktorú pozorujeme v časovom intervale 1,15 s. Po dosiahnutí ustáleného stavu (po 1,15 s) relatívna výchylka častí spojky zmizne a obe časti pružnej spojky sa otáčajú rovnakými otáčkami (časový interval 1,15 s až 5 s).

Priebehy výstupných veličín diesel-mechanického



Obr. 4. Priebeh výstupných veličín systému s pružnou spojkou



Obr. 5. Priebeh výstupných veličín systému s trecou lamelovou spojkou

prevodového systému koľajového vozidla sú znázornené na obr. 5. V tomto prípade sme pozorovali šesť výstupných veličín. Ide konkrétne o výstupy: M_k – moment motora, M_r – moment odporu, M_t – celkový moment zaťaženia, M_{pr} – moment pasívnych odporov, n_1 – otáčky kľukového hriadeľa 2 (obr. 3) a n_2 –

stav by bol narušený v prípade zmeny zaťaženia, napr. zmena jazdného odporu, teda zmena momentu M_r alebo M_t . Zaujímavým výstupom je relatívna výchylka pružných častí spojky (δ). Ako je vidieť, pri nevyváženom stave, ktorý zodpovedá nábehu mechanického systému prevodovky, sa tento uhol mení na hodnoty +/- . Je to spôsobené pružnosťou

otáčky výstupného hriadeľa lamelovej spojky (obr. 3).

Odlíšne správanie vznetovej prevodovky s trecou lamelovou spojkou je zrejmé na prvý pohľad. V grafe sú tieto výstupy opäť zobrazené v časovom intervale 5 s. Je vidieť, že nástup krútiaceho momentu kľukového hriadeľa M_k nie je v porovnaní s pružnou spojkou taký prudký. Podobne aj priebehy ostatných momentov sú hladšie. Otáčky kľukového hriadeľa n_1 dosiahnu rovnováhu s otáčkami n_2 výstupného hriadeľa spojky po 2,75 sekundách. Je tiež vidieť, že krútiaci moment a moment zaťaženia dosahujú rovnováhu po cca. 3,15 s. Hladší nástup momentov a rotácií hriadeľov možno vysvetliť princípom činnosti trecej lamelovej spojky. Spojka prenáša krútiaci moment cez svoje lamely, pri ktorých dochádza k určitému preklzu. Tento sklz robí plynulejšie priebehy momentov. Tlak medzi lamelami dosiahne maximálnu hodnotu a potom sú momenty (krútiaci moment a odporové momenty) rovnaké ako aj otáčky hriadeľov n_1 a n_2 . Trecia lamelová spojka vykazuje hladší chod prevodového ústrojenstva, čo prispieva k vyššiemu komfortu jazdy pre pasažierov, lepšej kontrole momentov v sústave a vyššej ochrane proti preťaženiu.

Budúci výskum bude zameraný na tvorbu matematických modelov iných typov *DMU*, a to na *DHMu* a *DEMu*. Tieto uvažované modely prenosovej sústavy sa zdajú byť komplikovanejšie. Hydraulický systém pracujúci v prevodovom systéme je potrebné opísať zložitejším modelom vrátane zmeny tlaku v hydrodynamickom meniči. Princíp činnosti *DMU*, ktoré sú najpoužívanejšími *DMU*, bude ešte komplikovanejší. Súvisí to so skutočnosťou, že spaľovací motor poháňa generátor a následne elektrina elektromotory v poháňaných podvozkoch. Perspektívnym riešením tohto problému je vytvorenie *MBS* modelu prevodového systému železničného vozidla [11, 12]. Záverečným krokom výskumu budú výsledky matematických modelov z Matlabu a tiež *MBS* modelov porovnané s perspektívou dosiahnutia uspokojivých výsledkov.

ZÁVER

V niektorých krajinách sa stále používajú železničné vozidlá s nezávislým zdrojom energie. Existujú lokomotívy alebo železničné vlakové jednotky. Tieto železničné vozidlá využívajú niekoľko typov prenosových systémov. Líšia sa od seba zložitou, účelom použitia, požiadavkami na prenášaný výkon, krútiaci moment a iné. Jedným z najjednoduchších prevodových systémov železničného vozidla s nezávislým hnacím ústrojenstvom je diesel-mechanický prevodový systém. Obsahuje motor, spojku, prevodovku a ďalšie potrebné komponenty. V prípade skúmania prevádzkových podmienok týchto koľajových vozidiel je potrebný matematický model.

Tento príspevok bol zameraný na odvodenie matematického modelu diesel-mechanického prevodového systému koľajového vozidla. Matematický model bol odvodený pomocou Lagrangeových rovníc druhého druhu. Boli nastavené dva matematické modely, a to pre prevodový systém s pružnou spojkou a s trecou lamelovou spojkou. Na základe matematických modelov boli vykonané simulácie štartu týchto prenosových sústav. Výsledky simulácií boli prezentované vo forme grafických výstupov. Dosiahnuté výsledky ukázali rozdiely v tvare vlny jednotlivých výstupných veličín. Uvedený postup je možné aplikovať na odvodenie matematických modelov zložitejšej prenosovej sústavy koľajových vozidiel.

Podakovanie

„Táto publikácia vznikla vďaka podpore v rámci Operačného programu Integrovaná infraštruktúra pre projekt: *Koncepcia, bezpečnosť a súvisiaci priemyselný výskum náhrady dieselového pohonu za pohon s vodíkovým palivovým článkom v diesel motorových jednotkách radu 861 (kód projektu v ITMS2014+: 313011BVC2), spolufinancovaný zo zdrojov Európskeho fondu regionálneho rozvoja.*“

LITERATÚRA

- [1] KOSTRZEWSKI, M. - MELNIK, R. (2021): *Condition monitoring of rail transport systems: A bibliometric performance analysis and systematic literature review*. In: Sensors, Vol. 21, No. 14, pp. 1-63.
- [2] DVORAK, Z. - LEITNER, B. - NOVAK, L. (2016): *Software support for railway traffic simulation under restricted conditions of the rail section*. In: Procedia Engineering, Vol. 134, pp. 245-255.
- [3] FALENDYSH, A. - KHARLAMOV, P. - KLETSKA, O. - VOLODARETS, N. (2016): *Calculation of the parameters of hybrid shunting locomotive*. In: Transport Research Arena TRA2016, Vol. 14, pp. 665-671.
- [4] RABINOVICH, E. - GRITSUK, I. V. - ZUIEV, V. - EVGENY, E. Y. - GOLOVAN, A. - ZYBTSEV, Y. - VOLKOV, V. - GERLICI, J. - KRAVCHENKO, K. - VOLSKA, O. - RUDNICHENKO, N. (2018): *Evaluation of the powertrain condition based on the car acceleration and coasting data*. In: SAE Technical Papers, Vol. 2018, pp. 1-12.
- [5] LOVSKA, A. - BURLUTSKI, O. - FOMIN, O. - GORBUNOV, M. - BUREIKA, G. - STEISUNAS, S. - VAICIUNAS, G. (2019): *The improved carrying structure of a passenger car for the appropriate strength in train ferry transportation*. In: Proceedings of the 24th International Conference on Current

Problems in Rail Vehicles, Žilina, Slovakia, pp. 17-26.

[6] PUKALSKAS, S. - KRIAUCIUNAS, D. - RIMKUS, A. - PRZYBYLA, G. - DROZDZIEL, P. - BARTA, D. (2021): *Effect of hydrogen addition on the energetic and ecologic parameters of an SI engine fuelled by biogas*. In: Applied Sciences, Vol. 11, No. 2, pp. 1-17.

[7] SZPICA, D. (2018): *Modelling of the operation of a dual mass flywheel (DMF) for different engine-related distortions*. In: Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, Vol. 24, No. 6, pp. 623-640.

[8] TOPCZEWSKA, K. - SCHLATTMANN, J. - ABDULLAH, O. I. (2020): *Temperature and thermal stresses distributions in a dry friction clutch*. In: Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 58, No. 2, pp. 315-360.

[9] FILO, M. - LUKÁČ, M. (2005): *Modelovanie a simulácie s počítačovou podporou*. EDIS-Vydavateľstvo Žilinskej univerzity v Žiline, 216 p.

[10] BRUMERCIK, F. - LUKAC, M. - CABAN, J. (2016): *Unconventional powertrain simulation*. In: Communications-Scientific Letters of the University of Zilina, Vol. 18, No. 2, pp. 30-33.

[11] GERLICI, J. - SAKHNO, V. - YEFYMENKO,

A. - VERBITSKII, V. - KRAVCHENKO, A. - KRAVCHENKO, K. (2018): *The stability analysis of two-wheeled vehicle model*. In: MATEC Web of Conferences, Vol. 157, pp. 1-10.

[12] KOZIAK, S. - CHUDZIKIEWICZ, A. - OPALA, M. - MELNIK, R. (2019): *Virtual software testing and certification of railway vehicle from the point of view of their dynamics*. In: Proceedings of the 13th International Scientific Conference on Sustainable, Modern and Safe Transport, Novy Smokovec, Slovak Republic, pp. 729-736.

[13] DÍŽO, J. - BLATNICKÝ, M. - ISHCHUK, V. - MOLNÁR, D. (2023): *Derivation of a simplified mathematical model of a DMUs powertrain*. In: 26th International Conference „Current Problems in Rail Vehicles - PRORAIL 2023“, September 20–22, 2023, Žilina, Slovakia, pp. 101-108, ISBN 978-80-89276-61-5.

[14] DÍŽO, J. - BLATNICKÝ, M. - ISHCHUK, V. - LOVSKA, A. - KRAVCHENKO, O. (2023): *Derivation of a simplified mathematical model of a rail vehicle powertrain with a hydrodynamic converter*. In: 26th International Conference „Current Problems in Rail Vehicles - PRORAIL 2023“, September 20–22, 2023, Žilina, Slovakia, pp. 101-108, ISBN 978-80-89276-61-5.