

CALCULATION AND SIMULATION OF THE PARACHUTIST'S MOVEMENT FROM THE JUMP FROM THE AIRCRAFT TO LANDING ON THE GROUND

VÝPOČET POHYBU PARAŠUTISTU OD VYSKOKU Z LIETADLA AŽ PO DOPAD NA ZEM

Martin Beník
Air Transport Department
University of Žilina
Univerzitná 8215/1
010 26 Žilina
m.benik95@gmail.com

Ľubomír Kováčik
Air Transport Department
University of Žilina
Univerzitná 8215/1
010 26 Žilina
kovacikl@gmail.com

Abstract

In this article, we focus on the movement of the parachutist from the jump from the plane to the impact on the ground. By creating a mathematical model based on Newton's second law, we create simulations, based on which we can determine whether the movement of a parachutist after jumping from a plane is a "free fall", or whether the action of forces and his position in the air affects the direction of his flight.

Keywords

Parachutist, Newton's second law, simulation,

1. Úvod

V tomto článku sa venujeme pohybu parašutistu od výskoku z lietadla až po dopad na zem. Vytvorením matematického modelu na základe Newtonovho II. Zákona vytvoríme simulácie, na základe ktorých sa nám podarí zistiť či je pohyb parašutistu po výskoku z lietadla „voľný pád“, alebo či pôsobením síl a jeho polohou vo vzduchu ovplyvňuje smer svojho letu. [1]

2. Tvorba matematického modelu

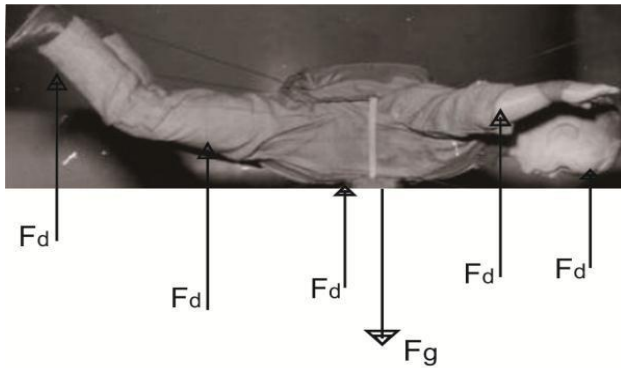
Newtonov druhý zákon vysvetľuje, ako sa mení rýchlosť objektu, ktorý je vystavený vonkajšej sile. Zákon definuje silu, ktorá sa musí rovnať zmene hybnosti (hmotnostnej rýchlosti) na zmenu času. Newton taktiež vyvinul matematický výpočet a výpočet „zmien“ vyjadrených v druhom zákone, ktoré sú najpresnejšie vyjadrené v diferenciálnych formách. [2] [4].

Tento výpočet použijeme na určenie variácií rýchlosti a polohy, ktoré zažíva objekt vystavený vonkajšej sile. Pre objekt s konštantnou hmotnosťou m , druhý zákon hovorí, že sila F je súčinom hmotnosti objektu a jeho zrýchlenia a . Pri formovaní modelu existuje niekoľko krokov vrátane prevzatia polohy parašutistu po zoskoku z lietadla, parašutistu počas pohybovej analýzy vo vzduchu a diferenciálneho vzorca rýchlosti a polohy s ohľadom na čas a analýzu pohybu parašutistu ktorý vyskočil z lietadla v polohe pripravený na otvorenie padáka. Takže zloženie matematického modelu pre parašutistu je založené na druhom Newtonovom zákone, počnúc voľným pádom parašutistu z lietadla až po otvorenie padáka. Nakoniec sú naše výsledky simulované v MATLAB. Po získaní rovnice parašutistu sa vytvorí rovnica pre simuláciu algoritmov. Konštrukcia matematického modelu pohybu parašutistu počas zoskoku pomocou použitia Newtonovho II. Zákona. Po výskoku z lietadla parašutista rozvinie jeho telo tak, aby pomocou neho vytvoril veľký odpor voči vzduchu. Tento odpor spôsobuje pohyb parašutistu nadol, ale zároveň ho posúva horizontálne čo vytvára parabolickú

trajektóriu. Rýchlosť klesajúceho parašutistu narastá až pokým parašutista nedosiahne jeho konečná rýchlosť pozície kde aerodynamický odpor bude rovný gravitačnému zrýchleniu skákajúceho. V našich výpočtoch budeme rátať s parašutistom o hmotnosti 91.6 kg (v vrátane výbavy) skákajúceho z výšky 4000 metrov s otváraním padáka v 1200m o rýchlosti v . Pri konštrukcii matematického modelu parašutistu sa počíta, že po výskoku z lietadla prejde do stabilizovanej polohy v ktorej je pripravený na otvorenie padáka. Ďalej počítame s tým že hneď po výskoku parašutista zväčší svoju efektívnu plochu voči zemi tak, aby maximalizoval svoj aerodynamický odpor a tým predĺžil čas pádu. [1]



Obrázok 13: pozícia parašutistu vo voľnom páde.



Obrázok 14: Sily pôsobiace na parašutistu počas voľného pádu.

V čase, keď parašutista vyskočí z lietadla, je možné začať uplatňovať Newtonov II. Zákon a v tom prípade predpokladať, že parašutista padá voľným pádom. Počas tohto pádu parašutista rotuje vo svojej polohe až kým nie je pripravený otvoriť padák. Matematicky to môžeme vyjadriť nasledovne: [1]

$$\sum F = ma$$

$$\sum F = F_g + F$$

$$F + F_d = ma$$

F_g je gravitačná sila parašutistu, ktorého smer je vždy smerom k centru zeme. F je sila aerodynamického odporu (ťah silou), ktorej smer je vždy opačný ako smer pohybu parašutistu. m je celková hmotnosť, ktorá zahŕňa hmotnosť parašutistu a jeho výbavy v rátnane padáku. Zrýchlenie je prvá derivácia od času, takže je možné ju zapísať ako: [1]

$$F_g + F_d = m \frac{dv}{dt}$$

A rovnicu rýchlosti vzhľadom na čas zapíšeme ako:

$$v(t) = \frac{mg - ce^{-\frac{k}{m}t}}{k}$$

Rovnicu, ktorá zahŕňa polohu diferenciálnych rovníc rýchlosti vzhľadom na čas vyjadríme nasledovne: [1]

$$x(t) = \frac{mg}{k} t + \frac{m}{k} e^{-\frac{k}{m}t} + c$$

$$x(0) = x_0$$

Vytvorením tohto predpokladu rovnica získala pozíciu parašutistu vzhľadom na čas. [1]

$$x(t) = x_0 + \frac{mg}{k} t + \frac{m}{k^2} g \left(e^{-\frac{k}{m}t} - 1 \right)$$

3. Simulácie

V tejto časti bakalárskej práce urobíme simulácie pohybových rovníc parašutistu, ktoré sme získali z predchádzajúcich výpočtov. Z výsledkov simulácie urobíme analýzu pohybu parašutistu pred otvorením padáka. [1]

3.1. Simulácia pohybu parašutistu po dosiahnutí konečnej rýchlosti

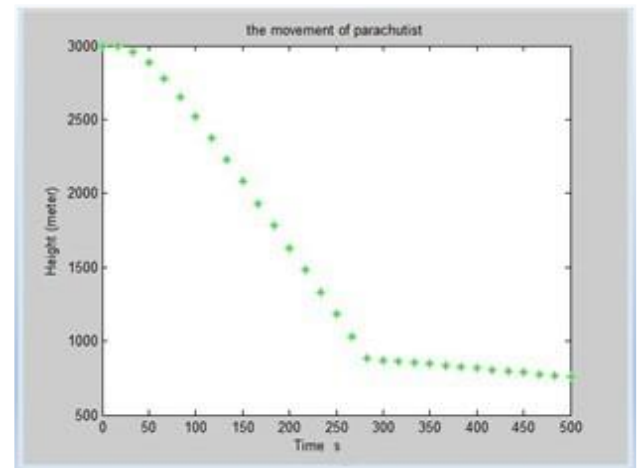
Pohyb parašutistu po dosiahnutí konečnej rýchlosti:

Parametre :

$$x_0 = 3000 \text{ m} \quad \rho = 1.2 \text{ kg/m}^3 \quad t = 500 \text{ s}$$

$$m = 91.6 \text{ kg} \quad C_{d1} = 0.16$$

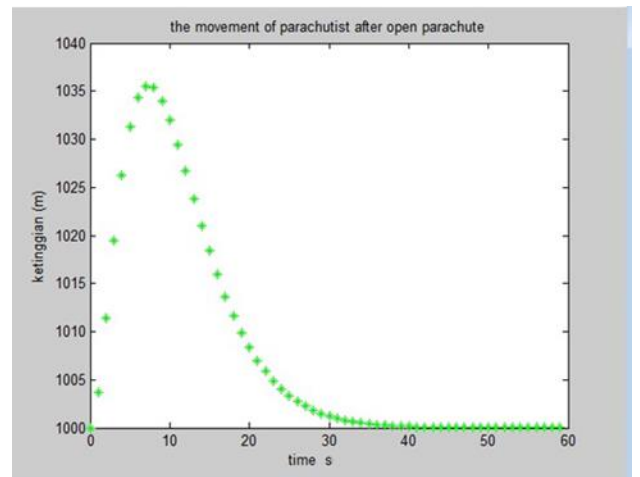
$$g = 9.81 \text{ m/s}^2 \quad C_{d2} = 39.6$$



Obrázok 15: Simulácia pohybu parašutistu po dosiahnutí konečnej rýchlosti. Zdroj: Autori.

3.2. Simulácia pohybu parašutistu po otvorení padáku

Parametre : $t = 60 \text{ s}$



Obrázok 16: Pohyb parašutistu po otvorení padáka. Zdroj: Autori.

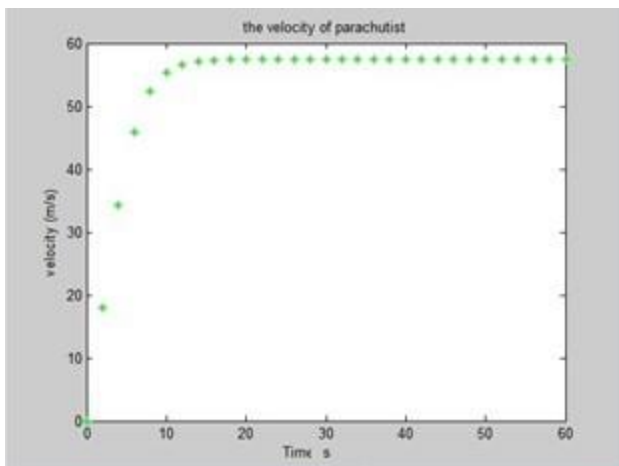
3.3. Simulácia rýchlosti parašutistu v závislosti od času

Parametre:

$$x_0 = 4000 \text{ m} \quad \rho = 1.2 \text{ kg/m}^3 \quad t = 60 \text{ s}$$

$$m = 91.6 \text{ kg} \quad C_{d1} = 0.25$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$



Obrázok 17: Rýchlosť parašutistu.

3.4. Analýza výslednej rýchlosti parašutistu

Výsledná rýchlosť je rýchlosť strmhlavého skákania, kde hodnota hmotnosť parašutistu sa rovná hodnote aerodynamického odporu alebo odporu vzduchu. Gravitácia, ktorá spôsobuje zvislý pohyb parašutistu smerom nadol sa v jednom bode rovná hodnote odporu vzduchu kvôli konštantnej hodnote gravitácie, kdežto hodnota odporu vzduchu sa zvyšuje. Gravitácia má konštantnú hodnotu lebo je závislá len od hmotnosti a gravitačného zrýchlenia, zatiaľ čo odpor vzduchu je premenná v závislosti od rýchlosti parašutistu. Aerodynamický odpor je sila spôsobená obtekaním vzduchu okolo pohybujúcich sa objektov. [2]

4. Záver

Z výsledkov simulácie pohybu parašutistov pred a po otvorení padáku je možné vidieť, že pohyb parašutistu vytvoril parabolickú trajektóriu. Táto trajektória je výsledkom aerodynamického odporu vzduchu vytvoreným telom parašutistu, z čoho môžeme usúdiť že pohyb parašutistu nepredstavuje voľný pád. Ďalej vieme na základe získaných poznatkov určiť, o aké druhy pohybu sa jedná. Po otvorení padáku sa jedná o zrýchlený pohyb, ktorého zrýchlenie by sa stále znižovalo. Odpor vzduchu totiž závisí na druhej mocnine rýchlosti, teda čím rýchlejšie sa pohybujeme, tým viac nás vzduch brzdí. Aj bez otvorenia padáku by parašutista dosiahol určitej konštantnej rýchlosti, pri ktorej by bola tiažová sila rovnako veľká ako sila gravitačná. Výsledná sila by tak bola nulová a z Newtonovho zákona vieme, že teleso sa v tomto prípade pohybuje rovnomerne priamočiario. Rovnaká situácia nastane pri otvorení padáku, len vďaka ploche a tvaru padáku je odpor vzduchu výrazne vyšší a teda k vyrovnaniu odporu vzduchu a tiažovej sily dôjde pri nižšej rýchlosti. [3]

Referencie

- [1] Journal of Physics. Construction of mathematical models the parachute jumper with change position acrobatic. [online]. 2018. Dostupné na Internete: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/974/1/012044/pdf>
- [2] Acceleration of free-fall. [online]. 2020. Dostupné na Internete:

<https://www.bbc.co.uk/bitesize/guides/zs89xfr/revision/7>

- [3] KOREŠ, J. 2019. Seskok Parašutisty. [online]. Dostupné na Internete: <https://www.svetenergie.cz/cz/fyzikalni-poradna?itemId=83>
- [4] Bugaj, M. 2015. Aeromechanika 1: základy aerodynamiky. 1. vyd. - Bratislava : DOLIS, 2015. - 208 s., ilustr. - ISBN 978-80-970419-3-9.