 DOI: 10.26552/pte.C.2015.1.3 ISSN 1336-8281

RIEŠENIE PROBLÉMU VIACERÝCH OBCHODNÝCH CESTUJÚCICH POMOCOU GENETICKÉHO ALGORITMU

Martin Macík*

Abstract: Article deals with application of the multiple traveling salesman problem (MTSP) into environment of postal operator. MTSP involves scheduling m > 1 salesmen to visit a set of n > m nodes so that each node is visited exactly once. The objective is to minimize the total distance traveled by all the salesmen. This combinatorial optimization method has a multiplicity of applications, mostly in the areas of routing and scheduling. Simulation of MTSP has been applied on regional postal network. Results show that used software proves to be sufficiently functional for field of postal transport networks.

Keywords: Postal network, graph theory, metaheuristic methods, genetic algorithm, traveling salesman.

1. Úvod

V súčasnej dobe sú kladené vysoké nároky na prepravu zásielok. Zákazník vyžaduje od prepravcu efektívnosť, bezpečnosť a hlavne rýchlosť prepravy. Čas spracovania poštových zásielok v triediacich centrách je ovplyvnená vhodnými technologickými postupmi a vhodne nasadenou technológiou. V prepravnom procese poštového substrátu okrem racionalizačných opatrení a opatrení v technológii príjmu a spracovania substrátu pred vlastným premiestnením a po jeho premiestnení možno optimalizovať vlastný premiestňovací proces.

Úlohou optimalizácie v prípade premiestňovacieho procesu a optimalizácie celkovo je navrhnúť optimálne riešenie skrátene optimum (optimálne = za daných vstupných podmienok najlepšie možné). Treba podotknúť, že samotná optimalizácia prepravnej siete je úzko spätá s technologickým spracovaním listových zásielok, ale táto problematika nie je témou výskumu.

Poštová prepravná sieť poskytovateľa univerzálnej služby, Slovenská pošta a.s., má určitú hierarchickú štruktúru danú historickým vývojom a determinovanú technologickými procesmi. Preto je nutné určite si na akej úrovni bude prebiehať optimalizácia. S týmto úzko súvisí výber vhodných algoritmov pre riešenie optimalizačnej úlohy na danej úrovni siete [1].

Medzi jednu z možností patrí metaheuristická metóda popísaná v článku, ktorú môžeme využiť pri tvorbe pružnej poštovej siete v podmienkach poštového operátora.

---

* Ing. Martin Macík, Žilinská univerzita v Žiline, Fakulta Prevádzky a ekonomiky dopravy a spojov, Katedra spojov, Univerzitná 1, 010 26 Žilina.
tel.: +421908 837 627
e-mail: martin.macik@fpedas.uniza.sk

2. Okružné jazdy

Okružné jazdy sú úlohy, ktorých cieľom je nájdenie najkratšej uzavretej trasy prechádzajúcej všetkými vrcholmi daného grafu. Medzi ich najvýznamnejšie podoby patrí rozvoz tlače, výber poštových schránok, alebo vytváranie zvozných a rozvozných okružných kurzov v prepravných sieťach.

V praxi je celá úloha obyčajne zložitejšia pretože riešenia musia spĺňať viacero požiadaviek ako sú najneskôr možné príchody k vybraným vrcholom grafu, rešpektovanie počtu vozov v danom vozom parku, alebo potreba nájsť súčasne niekoľko okružných trás danej sieti. Preto sa k riešeniu rozsiahlych sietí zvyčajne používajú približné metódy, ktoré síce nezaručujú nájdenie optimálneho riešenia, ale získané riešenie býva často vyhovujúce. Základným problémom mnohých približných metód je to, že nie je možné určiť o koľko sa líši získané riešenie od optimálneho riešenia. Používané metódy hľadania okružných trás možno roztriediť z viacerých hľadísk:

- Z hľadiska exaktnosti riešenia:
  - exaktné – suboptimálne a optimálne,
  - heuristické – približné,
  - metaheuristické.
- Z hľadiska výstavby na metódy vychádzajúce z:
  - postupnej výstavby okruhu,
  - vylepšovania už existujúceho riešenia,
  - eliminácie neoptimálnych okruhov.

2.1 Metaheuristické metódy

Pojem heuristika pochádza z gréckeho slova *heureskien*, čo v preklade znamená nájsť či objaviť. Slovo heuristický je teda vykladané ako „slúžiace k objaveniu“, preto sú tieto metódy využívané k hľadaniu dobrých, ale nie však optimálnych riešení. Heuristické metódy na riešenie problému sú rozdelené na tie, ktoré riešenie vytvárajú a na tie, ktoré ho zlepšujú.

Grécke predpona meta sa v popisovanej metóde používa k označeniu presahu koreňového pojmu (heuristika) a znamená niečo za, alebo presnejšie povedané nad. Metaheuristiku literatúry definujú rôzne a jednou s definícii je: *Metaheuristika je iteratívny proces, ktorý riadi a mení operácie podriadených heuristík, aby efektívne vytváral kvalitné riešenie. Môže manipulovať s úplným (alebo neúplným) jednotlivým riešením alebo s celou množinou riešení v priebehu každej iterácie. Podriadené heuristiky môžu byť vysoko (alebo nízko) úrovňové procedúry, jednoduché lokálne vyhľadávania, alebo konštrukčné metódy.*

Najčastejším zdrojom inšpirácie pre vývoj nových metaheuristík je živá príroda. Autori algoritmov sa odvolávajú na genetické zákonitosti, chovanie mravcov a evolučné princípy, na ktoré sa odvoláva metóda genetických algoritmov popísaná v práci.

2.2 Metóda genetického algoritmu

Riešenie pomocou genetického algoritmu (GA) je pomerne jednoduchá úloha. Najväčší problém vzniká pri vhodnom zakódovaní jedinca, čo je v našom prípade vrchol grafu. Pôvodne sa experimentovalo s binárnou reprezentáciou, ale z čisto praktického hľadiska sa používajú iné spôsoby a to kódovanie chromozómu s pomocou čísel v rozsahu napr. 0 až 9. Jedným, a zároveň najjednoduchším, spôsobom je spôsob kódovania individuií prirodzenou reprezentáciou cesty, kedy je chromozóm zostavený napríklad z čísiel od 0 po 9, kde každé číslo reprezentuje vrchol, kadiaľ vedie daná cesta, takže napr. chromozóm (6, 7, 4, 2, 5, 3) reprezentuje cestu 6 - 7 - 4 - 2 - 5 - 3 - 6. Týmto postupom sa vytvorí celá populácia jedincov, ktorá predstavuje náhodné riešenia okružnej cesty topológiou. Takto vytvorení jedinci sa potom ohodnotia podľa váhy (vzdialenosti), ktorú daný jedinec absolvoval. Takže v populácií máme jedincov veľmi slabých čo je spôsobené veľkou váhou (vzdialenosťou), ktorú cesta predstavuje. Potom veľmi silných jedincov ktorých váha (vzdialenosť) je krátka. Postupným krížením a mutáciami vznikajú noví jedinci, ktorí by mali mať lepšie ohodnotenie, ako predchádzajúci jedinci s veľmi malým ohodnotením. Je možné, že už v prvej generácií narazíme na jedinca s najkratšou cestou v celej topológií.

GA je opakujúci sa proces, ktorý udržiava osídlenie s všeobecne pevným počtom jedincov v našom prípade vrcholov. V každom opakovaní, nazvanom generácia sa vyhodnotia konfigurácie aktuálneho osídlenia a na základe tohto vyhodnotenia sa vytvorí nové osídlenie jedincov. Keď premennú S nazveme osídlenie predpokladaných jedincov môžeme napísať procedúru nasledovne:

1) Inicializácia S - vytvorenie osídlenia z k počiatočných jedincov S = {S1, …, Sk}. Výber jedincov, ktorý budú tvoriť počiatočné osídlenie je väčšinou realizovaný náhodne z prehľadávaného priestoru.

2) Ohodnotenie S – znamená dať každému jedincovi váhu dôležitosti vzhľadom k ostatným jedincom - tzv. fitness. Každý jedinec teda získa určité ohodnotenie. Tým sa zvýši šanca, že slabšie (menej kvalitné) jedince sa nedostanú do ďalšej populácie a budú nahradené práve lepšími (kvalitnejšími) jedincami, ktoré budú ďalej šíriť svoje gény. Tento genetický operátor teda simuluje mechanizmus prirodzeného výberu v prírode. V tomto kroku sa tiež vypočíta priemerná hodnota fitness celej populácie.

3) Pokiaľ výsledok nekonverguje, tak sa vykoná selekcia S – znamená vybrať z osídlenia takých jedincov, ktorí nám poskytnú základ na vytvorenie nasledujúcej generácie. Chceme, aby v novej generácií počet jedincov nadpriemernej kvality bol vyšší ako v predchádzajúcej. Metód, ako vybrať jedincov je viacero – napr. metóda ruletového kolesa, turnajového výberu a pravdepodobnostný turnaj.

Vybraní jedinci sa následne použijú pri rekombinacií S, čo znamená použiť vybrané zoskupenie z predchádzajúceho kroku, aby sa vytvorilo nasledujúce nové osídlenie (nasledujúca generácia). V tomto kroku sa používajú techniky známe v GA ako kríženie (to vykonáva operáciu, kde z dvoch alebo viacerých zvolených jedincov vzniká nový jedinec - vlastnosti nového jedinca sú potom kombináciou vlastností rodičov) a mutácia (tá zavádza náhodnú odchýlku u vybraných jedincov).

Po tom ako aplikujeme na jedince aj operátor mutácie, zničíme starú generáciu, nahradíme ju novou a pristúpime opäť k ohodnoteniu novej generácie a postupujeme ďalej podľa jednotlivých krokov. Vždy si pamätáme zatiaľ najlepšieho nájdeného jedinca. Ohodnotíme novú generáciu a ak nájdeme lepšieho jedinca, nahradíme ho. Tým máme zabezpečené uloženie zatiaľ najlepšieho nájdeného riešenia, v prípade, že by všetky nasledujúce boli už len horšie. Musíme sa rozhodnúť, kedy predpokladáme, že S sa už nemôže zlepšiť, a teda kedy ukončíme činnosť celého algoritmu. Existujú najmenej 3 spôsoby v tomto smere. Jeden zo spôsobov je uskutočniť veľký počet opakovaní, čím sa zabezpečí najvyššia možná kvalita zoskupenia jedincov. V tomto prípade je treba vopred rozhodnúť aký bude počet generácií, ktoré sa budú realizovať. Nevýhodou je, že sa musí previesť viac generácií ako je potrebné. Druhý spôsob je rozhodnúť o ukončení procesu na základe nejakého kritéria založeného na konfigurácií „aktuálneho“ osídlenia. V tomto prípade sa musí vybrať kritérium ukončenia a pridať ku každej generácií čas výpočtu potrebný na overenie, či sa toto kritérium splnilo alebo nie. Tretí spôsob je ten, že ak napríklad počas posledných 10 generácií nedošlo ku zlepšeniu výsledku, tak algoritmus ukončíme.

3. Problém viacerých obchodných cestujúcich pomocou genetického algoritmu

Pri riešení problému viacerých obchodných cestujúcich (PVOC), je možné vyžiť vyššie popísaný algoritmus na získanie riešenia. Obmedzenia optimalizačnej úlohy:

- Každý obchodný cestujúci sa na konci cesty vráti do východzieho vrcholu.
- Každý obchodný cestujúci navštívi jedinečný súbor vrcholov.
- S výnimkou prvého je každý vrchol navštívený iba jedným OC.

Problém je definovaný n vrcholmi, kde n>1 a m obchodnými cestujúcimi, ktorých počiatočná poloha je v jednom vrchole. Zvyšné vrcholy, ktoré budú navštívené, nazývame prechodné. Potom problém pozostáva z úlohy nájdenia trasy pre všetkých m cestujúcich, ktorí začínajú a končia svoju trasu v jednom vrchole a prejdená trasa je riešením minimalizovaná. V PVOC je n vrcholov rozdelených do m trás, kde každá trasa odpovedá jednému POC. Tento problém je v porovnaní s problémom obchodného cestujúceho náročnejší, pretože je nutné prideliť každému obchodnému cestujúcemu vrchol, ako aj optimálne usporiadanie vrcholov.[4]

Matematický model

Matematický model pre danú metódu vychádza z daného neorientovaného súvislého grafu G(V,A) s vrcholmi V = {0,1, …n} a hranami A = {(i, j): i, j ∈V, i ≠ j}. V prípade že sa jedná o neúplný graf tak je každá neexistujúca hrana ohodnotená hodnotou nekonečno. Celočíselný lineárny model obsahuje nasledujúce premenné:

n = počet vrcholov,

m = počet obchodných cestujúcich,

C = symetrická matica najkratších vzdialeností čo znamená cij = cji a cij + cjk ≥ cik,

kde pre každé (i, j ,k = 1, 2, ..., n),

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ ak obchodný cestujúci cestuje priamo z } i \text{ do } j \\ 0 \text{ ak nie} \end{cases}$$

Formulácia problému viacerých obchodných cestujúcich pre celočíselné programovanie môže byť zapísaná ako:

$$\min = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 2, ..., n \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = m \qquad j = 1 \qquad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 2, ..., n \qquad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = m \qquad i = 1 \qquad (5)$$

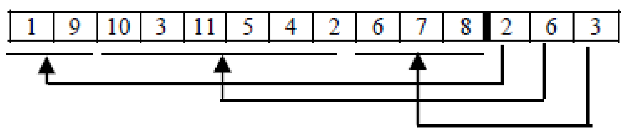
$$\sum_{i\in S}\sum_{j\in N-S} x_{ij} \geq 1(\phi \neq S \subset N = \{2,\ldots,n\}, |S| \geq 2 \tag{6}$$

$$\sum_{i\in N-S}\sum_{j\in S} x_{ij} \geq 1(\phi \neq S \subset N = \{2,\ldots,n\}, |S| \geq 2 \tag{7}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \tag{8}$$

Cieľom funkcie (1) je minimalizovať celkovú vzdialenosť trasy. Obmedzenie (2) a (3) zabezpečuje, že každý obchodný cestujúci navštívi každý vrchol iba raz. Funkcia (4) a (5) určuje že východzí vrchol bude navštívený m-krát. Cieľom (6) a (7) je zaviesť očíslovanie vrcholov na kružnici a zamedziť „subtour" (každé navštívené mesto patrí trase spojenej s východzím vrcholom) . Obmedzenie (8) definuje binárne podmienky premenných.

Na (obr.1) vidíme príklad jedného chromozómu využívaného v PVOC algoritme. Obrázok predstavuje riešenie PVOC kde n = 11 a m = 3. Dĺžka chromozómu je n+m. V tejto technike je n uzlov zastúpených permutáciami čísel od 1 po n. Táto permutácia je rozdelená do m podciest. V ukážke na obr. 9 vidíme ako prvý obchodný cestujúci navštívi uzli vrcholy 1 a 9, a to v presnom poradí. Druhý navštívi vrcholy 10, 3, 11,5 ,4 ,2 a tretí 6, 7, 8 v poradí.[4]

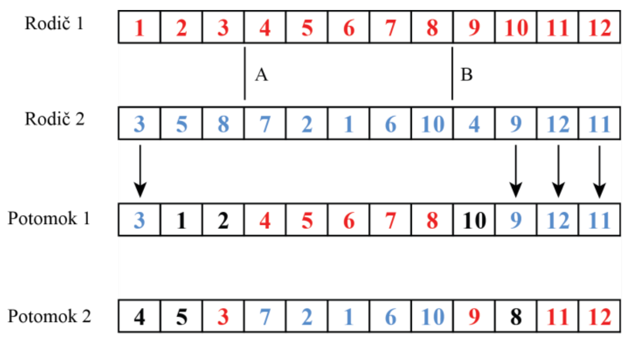


Obr. 1. Príklad jedného chromozómu PVOC

Ďalšou úlohou je správna voľba kríženia, čo je kombinácia častí reťazcov a tvorba nových reťazcov s pravdepodobnosťou pc. Pri riešení kombinatorických problémov, ako je problém obchodného cestujúceho, sa používajú PMX (partially matched crossover) a OX (Order crossover) kríženie.

Operátor kríženia s čiastočným zobrazením (Partially-mapped crossover - PMX)

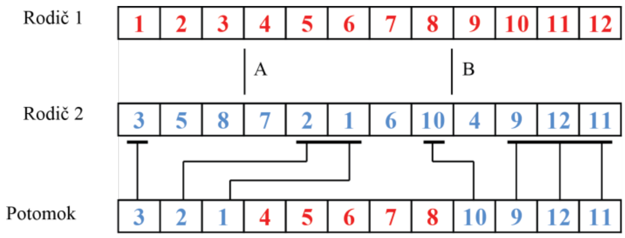
Pri krížení s čiastočným zobrazením najskôr vyberieme náhodne body kríženia A a B a skopírujeme všetky vrcholy medzi týmito bodmi A a B z rodiča 1 do potomka 1. Je to znázornené červenou farbou v potomkovi číslo 1 (obr.2). V druhom kroku pre časti potomkovho usporiadania mimo rozsahu [A,B], skopírujeme iba tých jedincov z rodiča 2, ktorí neboli ešte zobratí z rodiča 1. Tie sú znázornené modrou farbou. Nakoniec, aby sme doplnili zvyšné políčka, použijeme jedincov, ktorí ešte neboli navštívení a sú označení čiernou farbou.



Obr. 2. Príklad na metódu kríženia s čiastočným zobrazením

Operátor kríženia so zachovaním poradia (Order crossover - OX)

Tento typ kríženia je podobný operátoru kríženia s čiastočným zobrazením. Najskôr vyberieme body kríženia A a B a skopírujeme všetkých jedincov medzi týmito bodmi A a B z rodiča 1 do potomka. Toto je znázornené červenou farbou (obr.3). Potom doplníme ostávajúcich jedincov, ktorí ešte neboli použití. Týchto jedincov doplníme v takom poradí v akom sa vyskytujú v rodičovi 2.



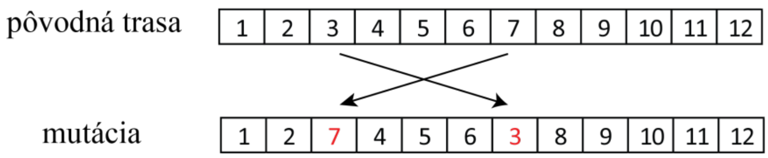
Obr. 31. Príklad na metódu kríženia so zachovaním poradia

Z hľadiska kvality a rýchlosti je považovaný za jeden z najlepších OX, a preto je pri úlohách problému viacerých obchodných cestujúcich zvolená práve táto metóda kríženia.

Po dokončení kríženia sa vyberú jedinci s malým ohodnotením, ktorí podstúpia proces mutácie. Jedná sa o genetickú operáciu, kde získame nového jedinca z predchádzajúcej generácie malou zmenou jeho genetického kódu. Základnou úlohou je aby mutácia nekonvergovala do jedného chromozómu. V prípade PVOC využívame dva druhy mutácie.

Operátor mutácie založený na výmene (Exchange mutation)

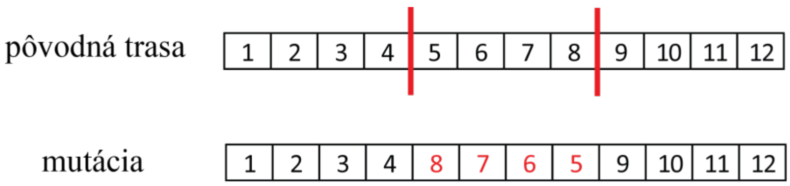
Operátor mutácie založený na výmene náhodne vyberie dvoch jedincov v celej trase a vymení ich. Napríklad náhodne vyberieme jedincov 3 a 7 a vymeníme ich medzi sebou:



Obr. 4. Príklad na metódu mutácie založenú na výmene

Operátor jednoduchej inverznej mutácie (Simple inversion mutation)

Operátor jednoduchej inverznej mutácie náhodne zvolí 2 body rezu v reťazci a obráti podreťazec medzi týmito 2 bodmi. Napríklad body rezu zvolíme za 4. a za 8. jedincom a jedincov medzi týmito bodmi vložíme v opačnom poradí.



Obr. 2. Príklad na metódu založenú na jednoduchej inverznej mutácií

4. Výsledky

Článok sa zaoberá otestovaním metódy v podmienkach národného poštového operátora. Zvolený algoritmus bol zakódovaný v programovacom prostredí MATLAB

(MAtrix LABoratory). Ako vzorový príklad konštruovania pružnej prepravnej siete bol zvolený atrakčný obvod oblastného spracovateľského strediska HSS Žilina. Úloha je zadaná pre oblastnú poštovú prepravnú sieť spadajúcu pod HSS Žilina. Vstupná matica najkratších vzdialeností oblastných spracovateľských stredísk bola získaná z extrahovaním z Google maps pomocou rozhrania Distance Matrix API. Ďalší krok si vyžadoval pretransformovanie vzdialenosti do 2D súradníc. Keďže vzdialenosti vrcholov vo vygenerovanej matici nie sú symetrické (napr. $c_{12} \neq c_{21}$), čo je spôsobené jednosmerkami, zákazmi a obmedzeniami cestnej dopravnej siete, bolo nutné pred týmto krokom upraviť maticu na symetrické hodnoty.

Simulácia je založená na iteráciach k optimálnemu výsledku z hľadiska vzdialeností, kde optimum je suma vzdialeností prejdená všetkými obchodnými cestujúcimi redukovaná na minimum. Pred simuláciou je možné nastaviť počet iterácii, počiatočnú populáciu, minimálny počet prejdených vrcholov a počet obchodných cestujúcich, čo v podmienkach poštového operátora predstavoval dopravný prostriedok určený na zber poštových zásielok (poštový kurz). Problém bol nasimulovaný pre prípady dvoch, troch a štyroch obchodných cestujúcich, kde sa mení iba tento vstupný parameter.

Tab. 1. Výsledky simulácii

	2. Obchodný cestujúci	3. Obchodný cestujúci	4. Obchodný cestujúci
Trasa 1 [km]	185,666	185,666	261,035
Trasa 2 [km]	356,052	173,079	113,475
Trasa 3 [km]	-	263,993	186,864
Trasa 4 [km]	-	-	60,884
Celková trasa [km]	541,718	622,741	622,258
Iterácie [-]	88	122	876

Zdroj: Vlastné spracovanie

5. Záver

Simulácia použiteľnosti riešenia problému viacerých obchodných cestujúcich pomocou genetického algoritmu v prostredí poštového operátora redukuje celkovú prejdenú trasu pre nastavený počet obchodných cestujúcich na minimum. Toto riešenie je teoreticky správne, pretože zníženie vzdialenosti na minimum by malo redukovať náklady. Avšak prakticky sa nejedná o ideálne riešenie, pretože v oblasti prepravy by bolo správne rozdeliť prejdenú vzdialenosť medzi poštové prepravné kurzy s rovnakým podielom. Taktiež je nevýhodou absencia obmedzujúcich globálnych podmienok, ktoré by určovali maximálnu dĺžku trasy, dobu trvania jazdy, počet navštívených uzlov a podobné podmienky, ktoré sú nutné pri návrhu pružnej poštovej prepravnej siete.

Časová náročnosť výpočtu stúpa radikálne s obtiažnosťou riešenia, čo je možné vidieť na stúpajúcom počte iterácii pri riešení viacerých obchodných cestujúcich (tab.1). Na základe týchto výsledkov môžeme konštatovať aj radikálny nárast pri zložitejších úlohách s väčším počtom vrcholov.

Literatúra

[1] ČOREJOVÁ, T., ACHIMSKÝ, K., FITZOVÁ, M., KAJÁNEK, B:. *Projektovanie sietí v pošte I*. Edičné stredisko VŠDS, Žilina, 1995, ISBN 80-7100-238-0.
[2] GROSS, J., YELLEN, J.: *Graph Theory and its Applications*, CRC Press, 1999, ISBN 0-8493-3982-0.

[3] JANÁČEK, J.: Optimalizace na dopravních sítích, EDIS, Žilina, 2006, ISBN 80-8070-586-0.

[4] SEIDIGHPOUR. M, DARANI. M. N.: *An Effective Genetic Algorithm for Solving the Multiple Traveling Salesman Problem*, In: *Journal of Optimization in Industrial Engineering*, 2011.

[5] MASLÁK, S.: *Problém obchodného cestujúceho*, Bakalárska práca, Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky, Univerzita Palackého v Olomouci, 2008.

[6] HYNEK, J. *Genetické algoritmy a genetické programovaní. 1. vydanie,* Praha, 2008, ISBN 978-80-247-2695-3.